



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

طراحی الگوریتم‌های مهندسی برای مسائل **جداسازی**

ارائه دهنده: فرناز شیخی

پست علمی دانشکده مهندسی کامپیوتر
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی



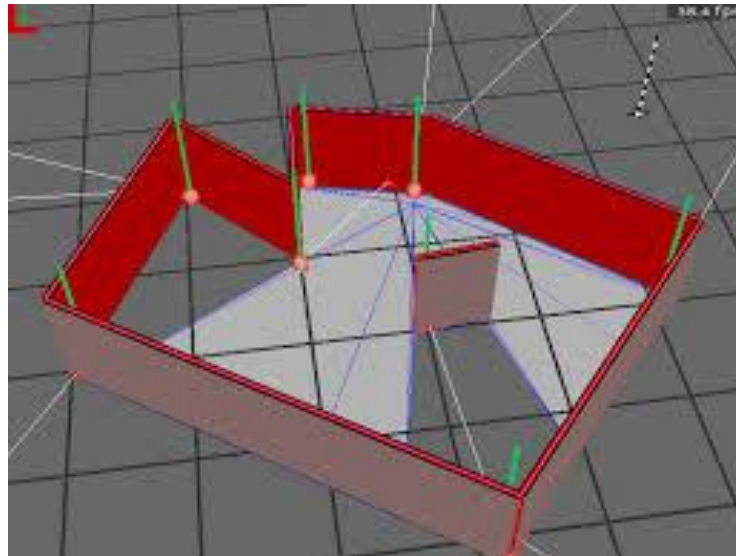
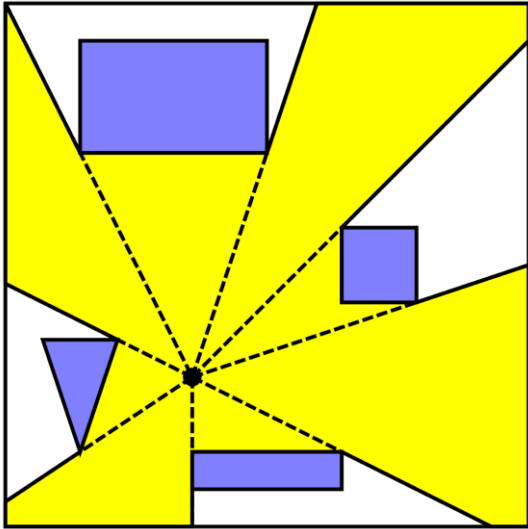
فهرست مطالب

- مقدمه ای بر هندسه ی محاسباتی] تعریف حوزه پیدایش نمونه ای از کاربردها
- مقدمه ای بر مسئله ی جداسازی] تعریف مسئله منشأ پیدایش کاربردها
- دسته بندی و تاریخچه مسئله ی جداسازی
- نتایج
- کارهای آتی
- مراجع

هندسه محاسباتی / الگوریتم های هندسی

(Computational Geometry/ Geometric Algorithms)

طراحی و تحلیل الگوریتم ها و ساختمان داده ها
برای مسائلی با مدل سازی هندسی

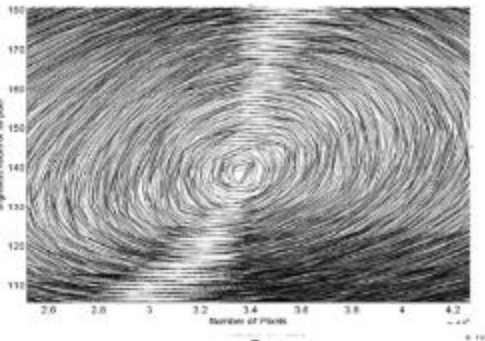


هندسه محاسباتی / الگوریتم‌های هندسی (Computational Geometry / Geometric Algorithms)

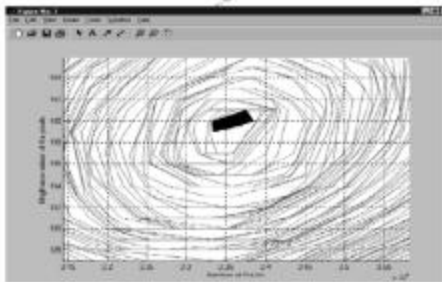
طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها و ساختمان داده‌ها
برای مسائلی با مدل‌سازی هندسی



a



b



c



پیدایش

- *Perceptrons* (book), Marvin Minsky, 1969
- Current developments in the design and production of three- dimensional curved objects, A.R. Forrest, 1971
- *Computational Geometry*, PhD thesis, Michael Shamos, 1978

سرعت رشد حوزه

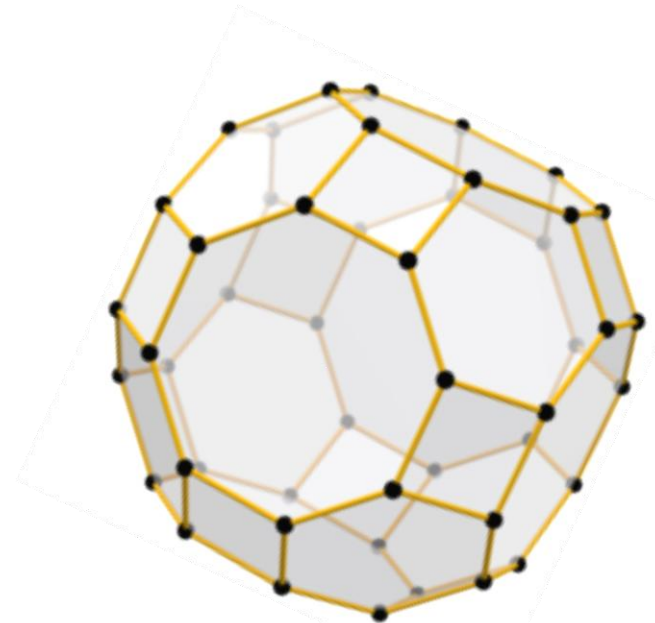
1983: First European workshop on the topic

1985: First Annual Symposium on Computational Geometry

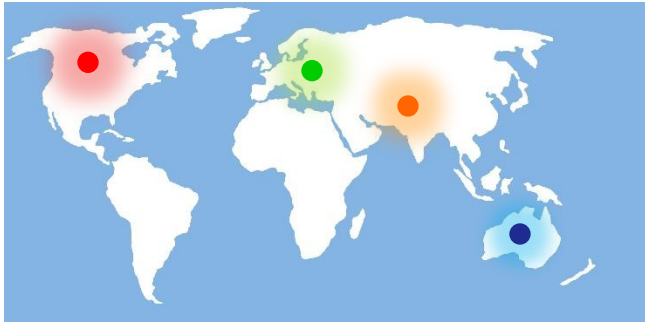
Also: first textbook (today, more than 4)

1996: CGAL: first serious implementation of a robust geometric algorithms library

1997: First handbook on the topic
(second in 2000)

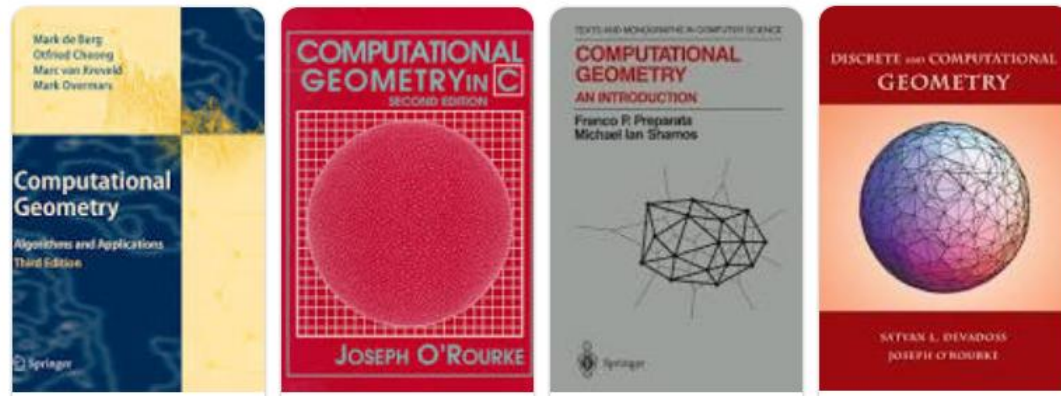


جایگاه امروزی

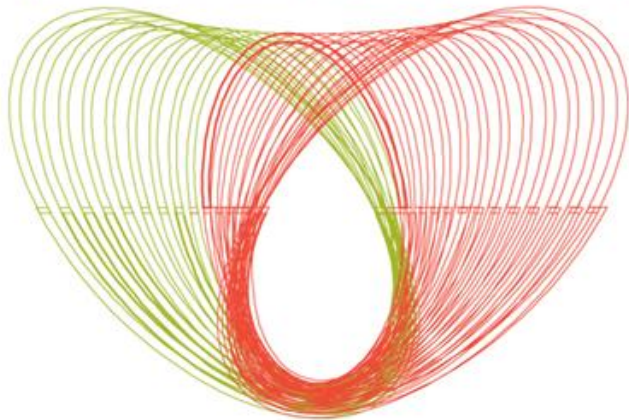


- حوزه‌ای تحقیقاتی مستقل در کامپیوتر
- چهار کتاب مرجع
- گروه‌های پژوهشی فعال در اروپا، کانادا و استرالیا

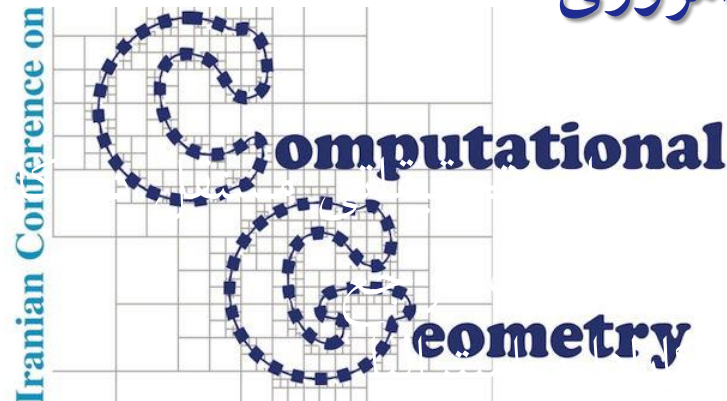
چهار ژورنال تخصصی محض هندسه محاسباتی



SIAM Conference on Computational Geometric Design



جایگاه امروزی



- چهار ژورنال تخصصی محض هندسه محاسباتی
- ده ها کنفرانس تخصصی محض هندسه محاسباتی
- حضور پر رنگ در تمام ژورنال ها و کنفرانس های حوزه ی الگوریتم ها



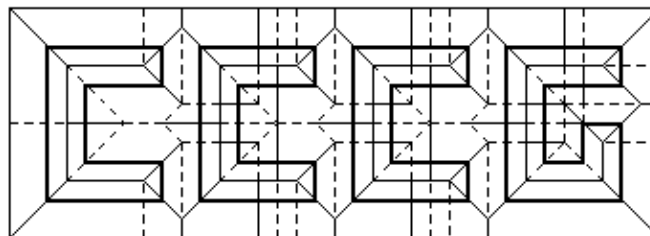
SOCG

stands for

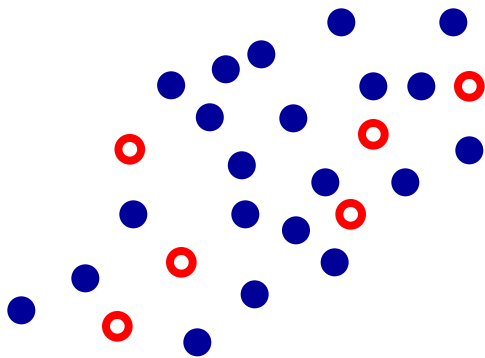
Symposium on Computational
Geometry



Abbreviations.com

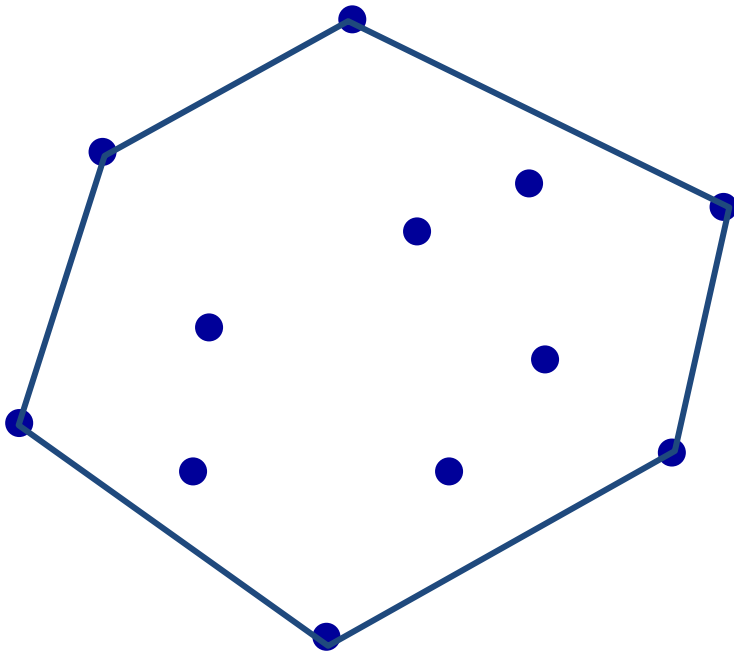


مقدمه‌ای بر مسئله جداسازی



مسئله پوشش

تعریف مسئله: فرض کنید مجموعه‌ای از نقاط به اندازه‌ی n در صفحه داده شده، شکلی هندسی برای پوشش مجموعه نقاط تعیین شده است. هدف آن است که شکل هندسی به گونه‌ای در صفحه قرار گیرد که کلیه نقاط را پوشش داده، معیاری مانند مساحت یا محیط شکل کمینه گردد.

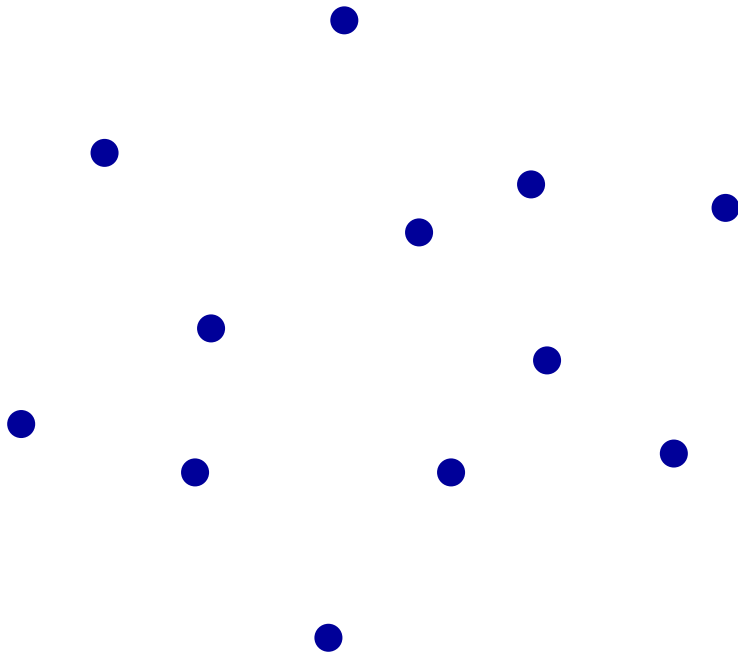


مسئله پوشش

مرجع	پیچیدگی زمانی حل مسئله	معیار بهینه سازی	شکل هندسی
[Chan 1986]	$O(n \log h)$	مساحت / محیط	رویه محدب
[Megiddo 1983]	$O(n)$	مساحت / محیط	دایره
[Houle and Toussaint 1988]	$O(n \log n)$	عرض	نوار
[Toussaint 1983]	$O(n \log n)$	مساحت	مستطیل
[De Pano 1987]	$O(n \log n)$	محیط	مستطیل
[Bae et al. 2007]	$O(n^2)$	مساحت	ال-شکل

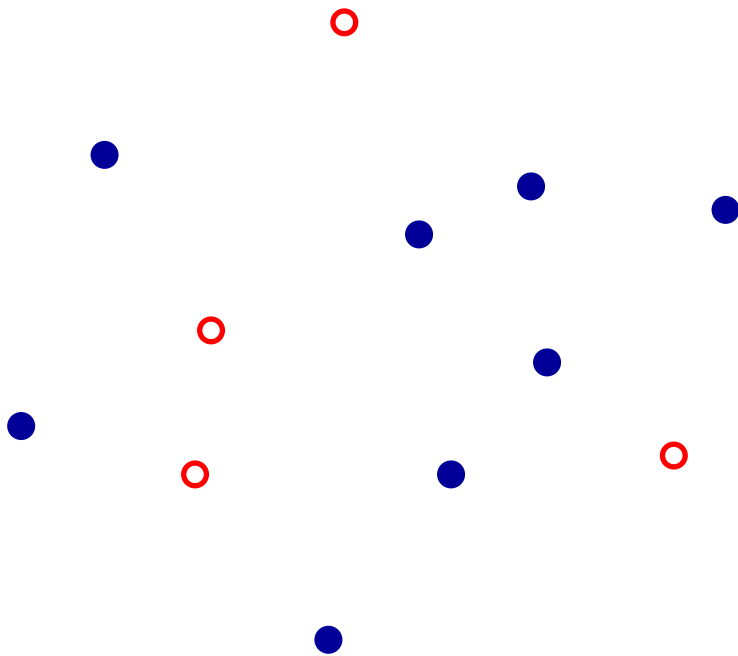
مسئله جداسازی

- مسئله‌ی جداسازی نقاط **رنگی**
- مسئله‌ی جداسازی نقاط دارای دور ریز



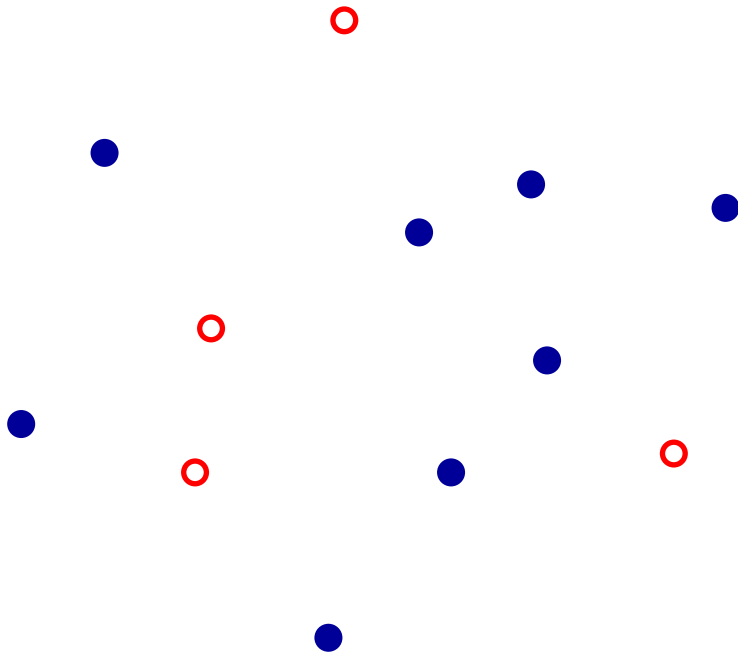
مسئله جداسازی

- مسئله‌ی جداسازی نقاط **رنگی**
- مسئله‌ی جداسازی نقاط دارای دور ریز



مسئله جداسازی نقاط رنگی

تعریف مسئله: فرض کنید مجموعه‌ای از نقاط مطلوب و مجموعه‌ای از نقاط نامطلوب به اندازه‌ی کلی n در صفحه داده شده، شکلی هندسی که اصطلاحاً جداکننده نامیده می‌شود، تعیین شده است. هدف آن است که جداکننده به گونه‌ای در صفحه قرار گیرد که نقاط مطلوب و نامطلوب را از یکدیگر جدا کرده، یا تنها نقاط مطلوب را پوشش دهد.

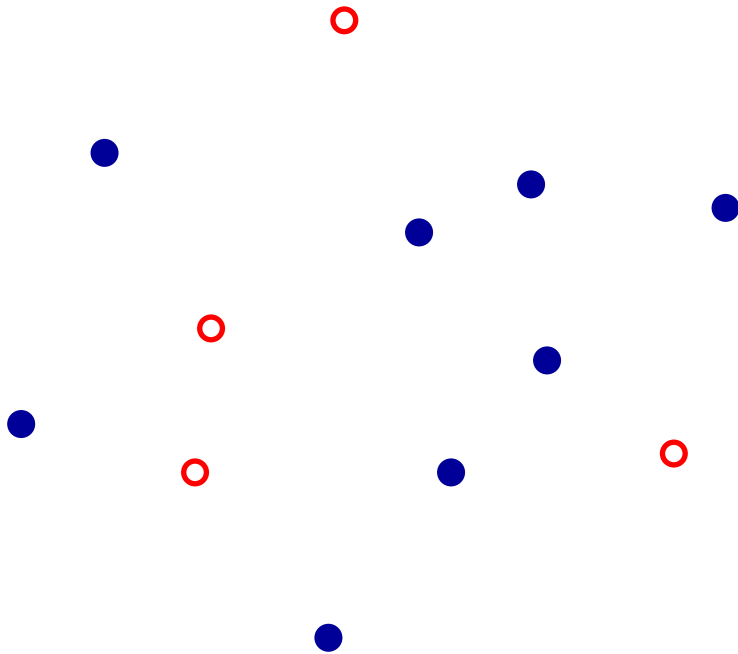


مسئله جداسازی نقاط رنگی

• جداسازی قوی

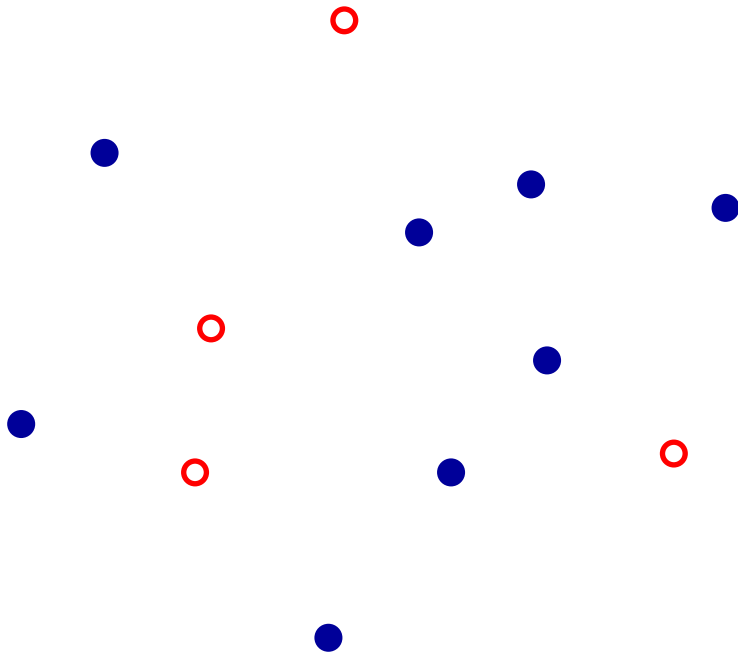
• مسئله‌ی جداسازی کامل
• مسئله‌ی جداسازی پیشینه

• جداسازی ضعیف



مسئله جداسازی کامل

تعریف مسئله: فرض کنید مجموعه‌ی B شامل نقاط آبی رنگ و مجموعه‌ی R شامل نقاط قرمز رنگ به اندازه‌ی کلی n در صفحه داده شده، شکلی هندسی به عنوان جداکننده تعیین شده است. در مسئله جداسازی کامل هدف آن است که جداکننده به گونه‌ای در صفحه قرار گیرد که کلیه نقاط مجموعه‌ی B را از مجموعه‌ی R جدا نموده یا تنها مجموعه‌ی B را پوشش دهد.



مسئله جداسازی کامل

مرجع	نتایج	شکل هندسی (جداکننده)
[Megiddo 1983] [Seara 2002]	$O(n)$ $O(n)$	خط <ul style="list-style-type: none"> • بررسی جدا پذیری خطی: • یافتن تمام جواب های ممکن:
[O'Rourke et al. 1986]	$O(n)$ $O(n)$ $O(n \log n)$	دایره <ul style="list-style-type: none"> • بررسی جداپذیری دایره ای: • یافتن کوچکترین دایره جداکننده • یافتن بزرگ ترین دایره جداکننده:
[Edelsbrunner, Preparata 1988]	$O(n \log n)$	چندضلعی جداکننده <ul style="list-style-type: none"> • یافتن چندضلعی محدب جداکننده با کمترین تعداد اضلاع، یا تصمیم گیری در مورد عدم وجود این جداکننده
[Fekete 1992], [Mitchell 1993]	ان پی-کامل	یافتن چندضلعی ساده جداکننده با کمترین تعداد اضلاع
[Hurtado et al. 2001], [Arkin et al. 2006]	$O(n \log n)$ $O(n \log n)$ $O(n \log n)$	نوار <ul style="list-style-type: none"> • بررسی جدا پذیری نواری: • یافتن تمام جواب های ممکن: • یافتن نوار جداکننده با کمترین/بیشترین عرض:
[Hurtado et al. 2001], [Arkin et al. 2006] [Seara, PhD thesis, 2002]	$O(n \log n)$ $O(n \log n)$	گوه <ul style="list-style-type: none"> • بررسی جدا پذیری گوه ای: • یافتن گوه جداکننده با کمترین/بیشترین عرض:

مسئله جداسازی کامل

مرجع	نتایج	شکل هندسی (جداکننده)
[Van Kreveld et al. 2009]	زمان $O(n \log n)$ فضا $O(n)$	مسططیل • یافتن تمام زوایای جداپذیری:
[Sheikhi et al. 2010]	زمان $O(n^2 \log n)$ فضا $O(n)$	ال-شکل • یافتن تمام زوایای جداپذیری:
	زمان $O(n^{8/5+\varepsilon} + k \log k)$ فضا $O(n^{8/5+\varepsilon})$	

مسائل باز:

- ارائه الگوریتم‌های غالبی بر الگوریتم‌های ارائه شده برای یافتن ال-شکل‌های تک‌رنگ در مجموعه نقاط دو رنگ
- اثبات کران پایینی برای این مسئله
- بررسی سایر اشکال نامحدب در مسئله جداسازی

- بازسازی مدل هندسی مناظر شهری
- مستطیل و ال-شکل از پرکاربردترین اشکال در مناظر شهری

[van Lankveld, van Kreveld, and Veltkamp, 2011]



نمایی مستطیل-شکل [Architectural-History]

- بازسازی مدل هندسی مناظر شهری
- مستطیل و ال-شکل از پرکاربردترین اشکال در مناظر شهری

[van Lankveld, van Kreveld, and Veltkamp, 2011]



نمایی ال-شکل در معماری کلاسیک [Eplans]



نمایی ال-شکل در معماری نوین [DesignerIdea]


مسئله جداسازی کامل

نتایج	هدف	شکل هندسی (جداکننده)
زمان $O(n^2 \alpha(n))$	یافتن تمام زوایای جداپذیری	ال-شکل

مسئله جداسازی کامل (نتایج)

نتایج	هدف	شکل هندسی (جداکننده)
زمان $O(n^2 \alpha(n))$	یافتن تمام زوایای جداپذیری	ال-شکل
↓ زمان $O(n^2)$ $\Omega(n^2)$		

مسئله جداسازی کامل (نتایج)

نتایج	هدف	شکل هندسی (جداکننده)
زمان $O(n^2 \alpha(n))$	یافتن تمام زوایای جداپذیری	ال-شکل
 زمان $O(n^2)$ $\Omega(n^2)$		
فضا $O(n \alpha(n)) \rightarrow O(n)$		

Farnaz Sheikhi, Ali Mohades, Mark de Berg, and Mansoor Davoodi.
 Separating bichromatic point sets by L-shapes. *Computational Geometry: Theory and Applications*, 48:673-687, 2015.

نگاهی دقیق‌تر بر نتایج (مسئله‌ی جداسازی کامل به وسیله‌ی ال-شکل)
الگوریتم بهینه‌ی بدترین حالت مبتنی بر جاروب توپولوژیکی چیدمان
الگوریتم بهینه‌ی بدترین حالت، ساده‌سازی شده با استفاده از توری

مسئله‌ی جداسازی کامل به وسیله‌ی ال-شکل

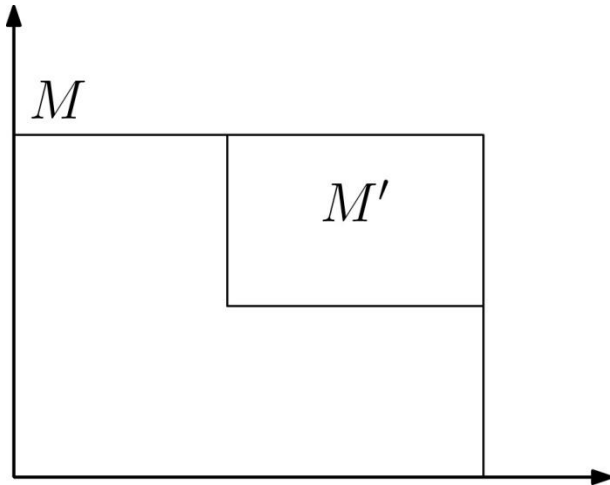
- ارائه‌ی الگوریتم بهبود یافته با مرتبه‌ی زمانی $O(n^2 \alpha(n))$
- ارائه‌ی الگوریتم بهینه‌ی بدترین حالت $O(n^2)$
مبتنی بر جاروب توپولوژیکی چیدمان

} طراحی الگوریتم
اثبات کران پایین

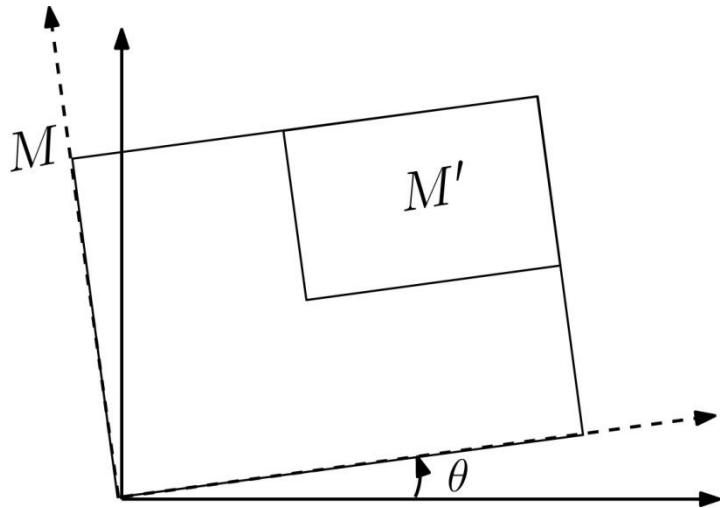
- ارائه‌ی الگوریتم بهینه‌ی بدترین حالت $O(n^2)$
ساده‌سازی شده با استفاده از توری

تعاریف:

- ال-شکل هم‌راستا با محورهای مختصات
- ال-شکل در راستای θ
- نقطه آبی انتهایی
- پلکان
- مستطیل محصورکننده $M_B(\theta)$
- ال-شکل آبی (چندضلعی آبی)
- $L_B(\theta) := M_B(\theta) \setminus M_B(\theta)$
- پله-شکل
- شاهد قرمز



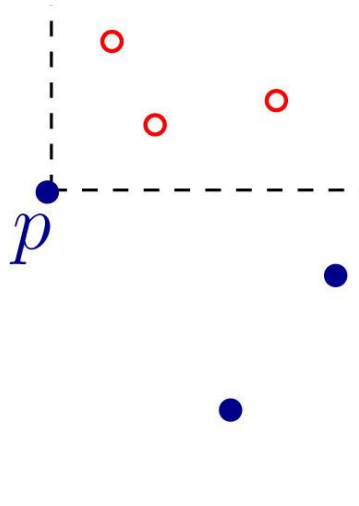
تعاریف:



- ال-شکل هم‌راستا با محورهای مختصات
- ال-شکل در راستای θ
- نقطه آبی انتهایی
- پلکان
- مستطیل محصورکننده $M_B(\theta)$
- ال-شکل آبی (چندضلعی آبی)
- $L_B(\theta) := M_B(\theta) \setminus M_B(\theta)$
- پله-شکل
- شاهد قرمز

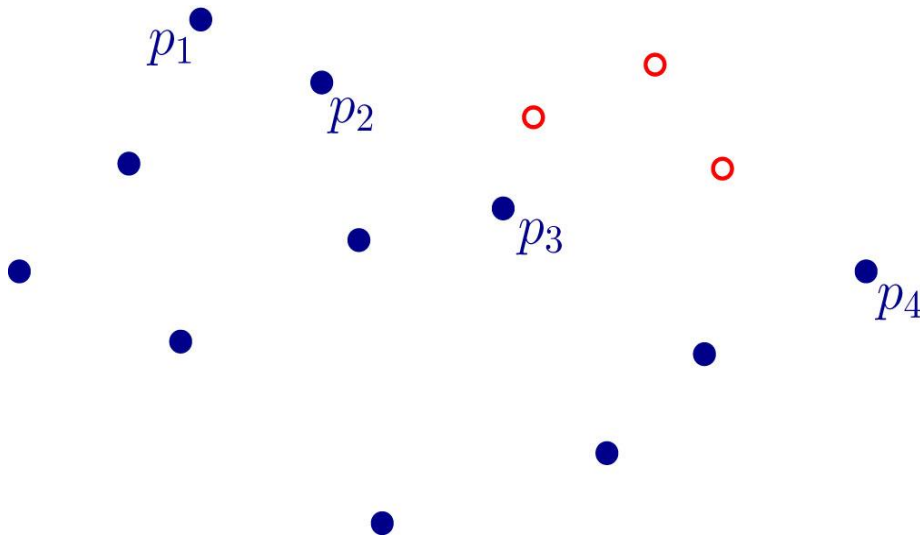
تعاریف:

- ال-شکل هم‌راستا با محورهای مختصات
- ال-شکل در راستای θ
- نقطه آبی انتهایی
- پلکان
- مستطیل محصورکننده $M_B(\theta)$
- ال-شکل آبی (چندضلعی آبی)
- $L_B(\theta) := M_B(\theta) \setminus M_B(\theta)$
- پله-شکل
- شاهد قرمز



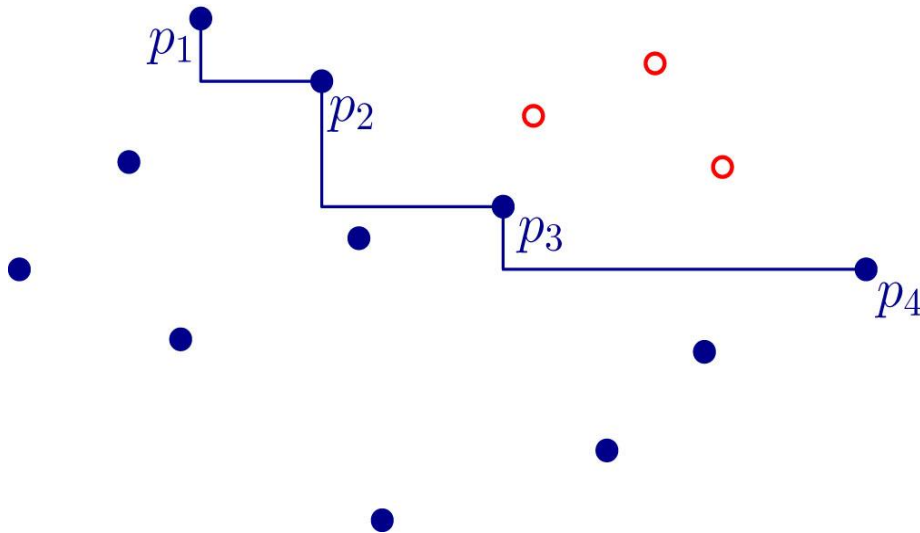
تعاریف:

- ال-شکل هم‌راستا با محورهای مختصات
- ال-شکل در راستای θ
- نقطه آبی انتهایی
- پلکان
- مستطیل محصورکننده $M_B(\theta)$
- ال-شکل آبی (چندضلعی آبی)
- $L_B(\theta) := M_B(\theta) \setminus M_B(\theta)$
- پله-شکل
- شاهد قرمز

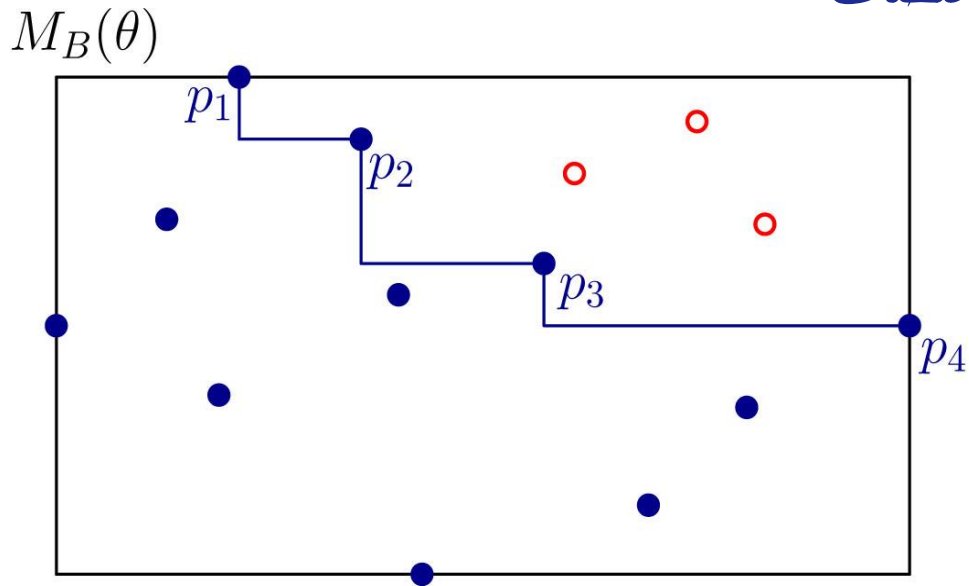


تعاریف:

- ال-شکل هم‌راستا با محورهای مختصات
- ال-شکل در راستای θ
- نقطه آبی انتهایی
- پلکان
- مستطیل محصورکننده $M_B(\theta)$
- ال-شکل آبی (چندضلعی آبی)
- $L_B(\theta) := M_B(\theta) \setminus M_B(\theta)$
- پله-شکل
- شاهد قرمز

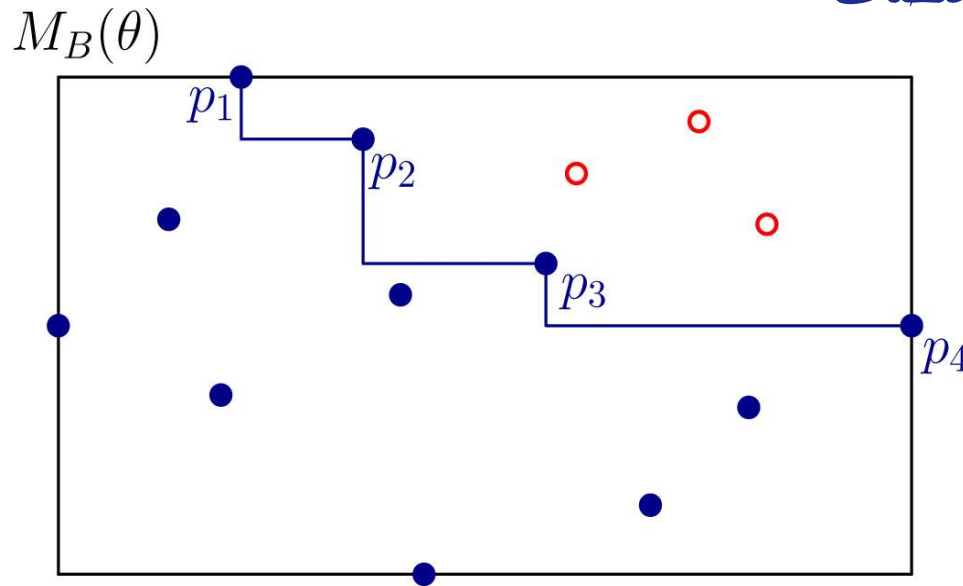


تعاریف:



- ال-شکل هم‌راستا با محورهای مختصات
- ال-شکل در راستای θ
- نقطه آبی انتهایی
- پلکان
- مستطیل محصورکننده $M_B(\theta)$
- ال-شکل آبی (چندضلعی آبی)
- $L_B(\theta) := M_B(\theta) \setminus M_B(\theta)$
- پله-شکل
- شاهد قرمز

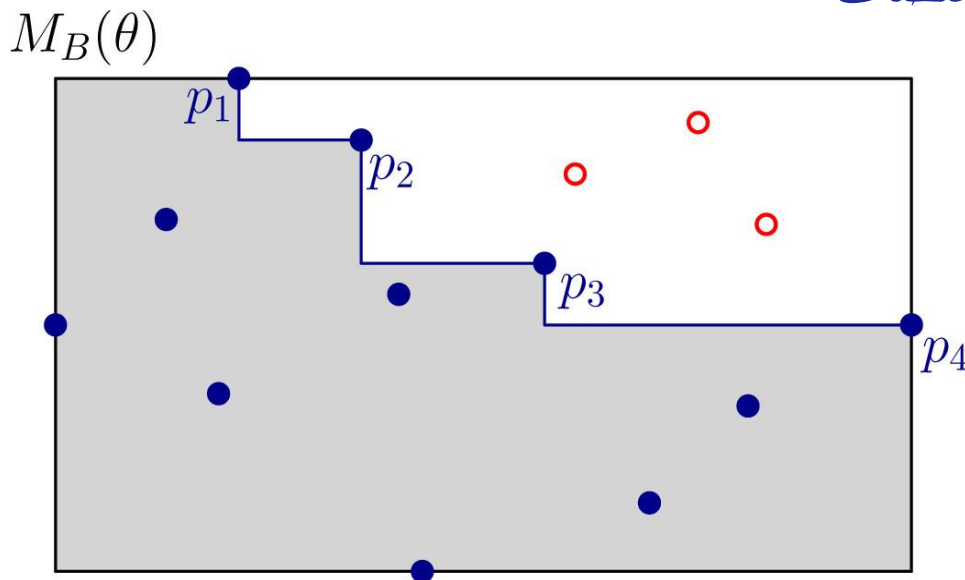
تعاریف:



- ال-شکل هم‌راستا با محورهای مختصات
- ال-شکل در راستای θ
- نقطه آبی انتهایی
- پلکان
- مستطیل محصورکننده $M_B(\theta)$
- ال-شکل آبی (چندضلعی آبی)
- $L_B(\theta) := M_B(\theta) \setminus M'_B(\theta)$
- پله-شکل
- شاهد قرمز

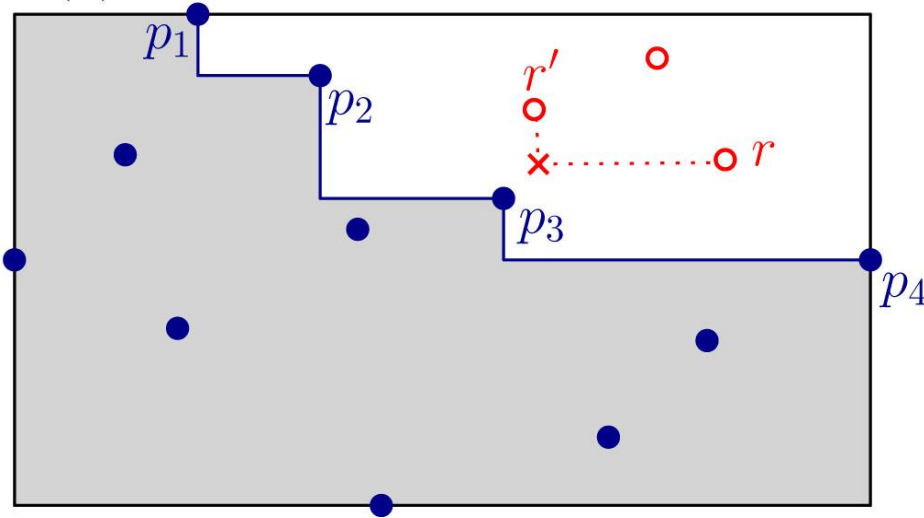
تعاریف:

- ال-شکل هم‌راستا با محورهای مختصات
- ال-شکل در راستای θ
- نقطه آبی انتهایی
- پلکان
- مستطیل محصورکننده $M_B(\theta)$
- ال-شکل آبی (چندضلعی آبی)
- $L_B(\theta) := M_B(\theta) \setminus M'_B(\theta)$
- پله-شکل
- شاهد قرمز



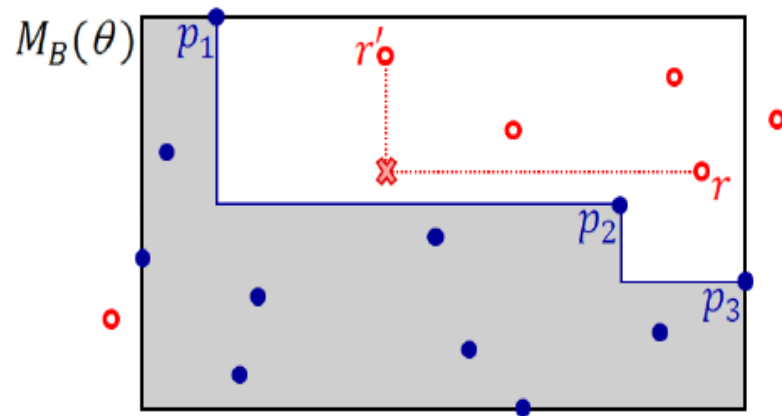
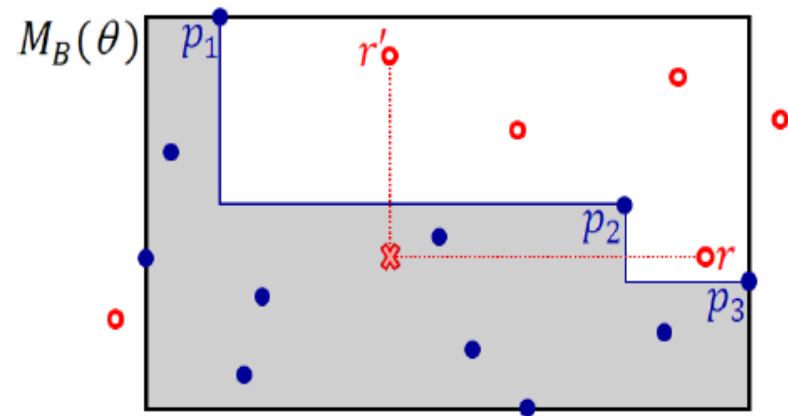
تعاریف:

$M_B(\theta)$



- ال-شکل هم‌راستا با محورهای مختصات
- ال-شکل در راستای θ
- نقطه آبی انتهایی
- پلکان
- مستطیل محصورکننده $M_B(\theta)$
- ال-شکل آبی (چندضلعی آبی)
- $L_B(\theta) := M_B(\theta) \setminus M'_B(\theta)$
- پله-شکل
- شاهد قرمز

مشاهده: در زاویه‌ی θ ال-شکل آبی وجود دارد اگر و تنها اگر شاهد قرمز در این زاویه خارج از پله-شکل قرار داشته باشد.



ایده‌ی اصلی الگوریتم

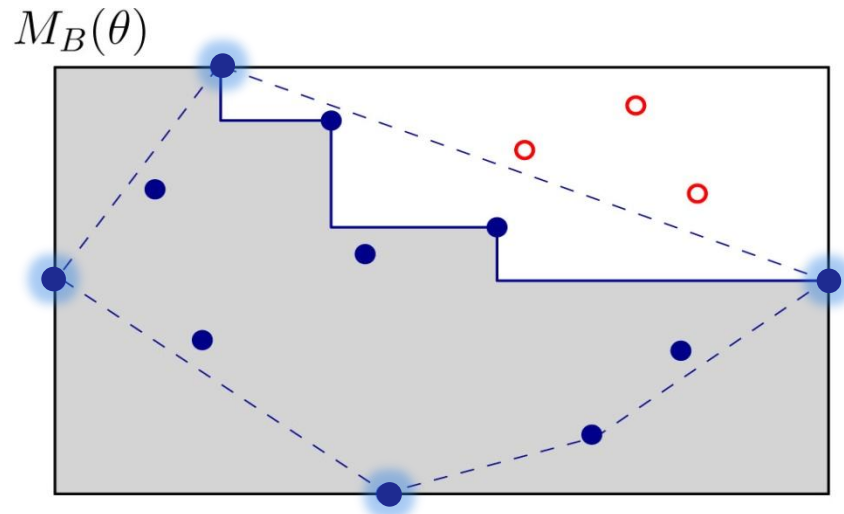
- استفاده از خط جاروب چرخشی
- معرفی زوایای رخداد
- مدیریت زوایای رخداد

رخداد برخورد:

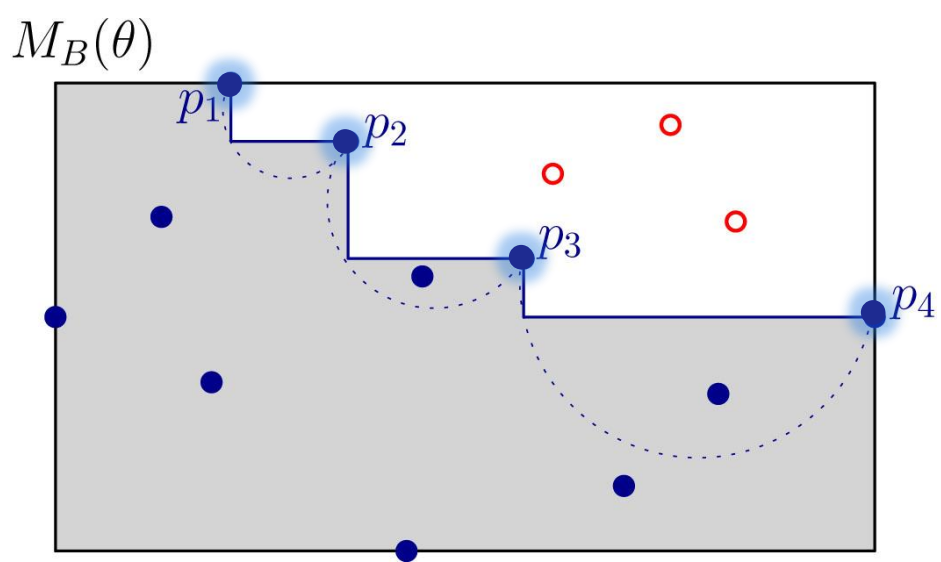
شاهد قرمز به پلکان
برخورد کرده و در نتیجه
به پله-شکل وارد شده یا
از آن خارج می‌شود.

• رخداد مستطیل-آبی

تغییر در نقاط آبی تعریف‌کننده $M_B(\theta)$

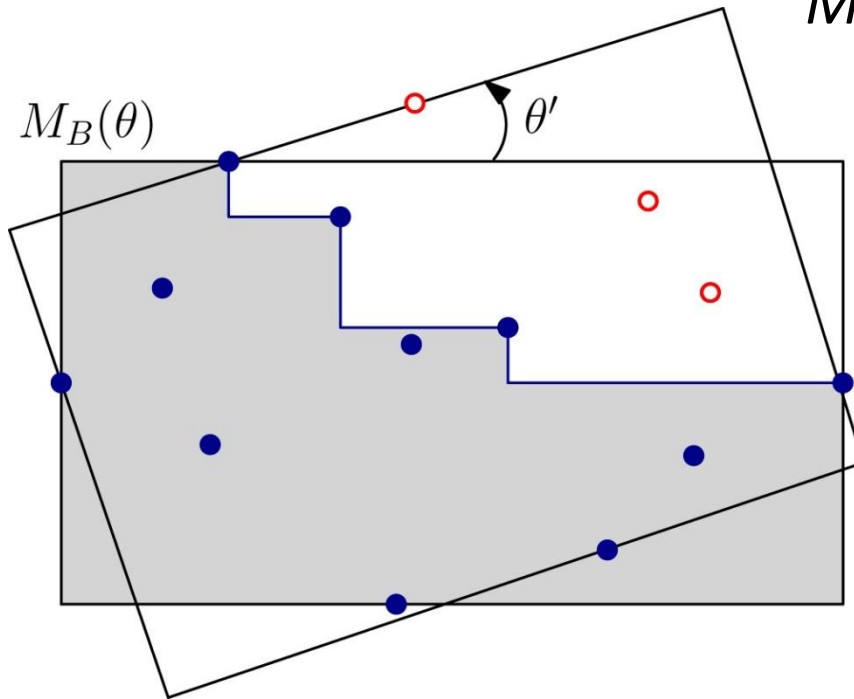


- رخداد مستطیل-آبی
 - رخداد پلکان-آبی
- تغییر (اضافه یا حذف) در نقاط آبی انتهایی

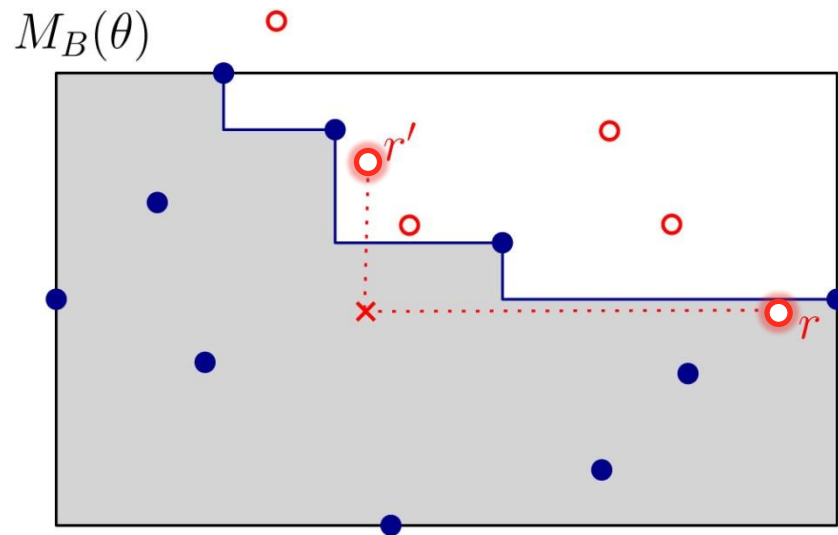


- رخداد مستطیل-آبی
- رخداد پلکان-آبی
- رخداد مستطیل-قرمز

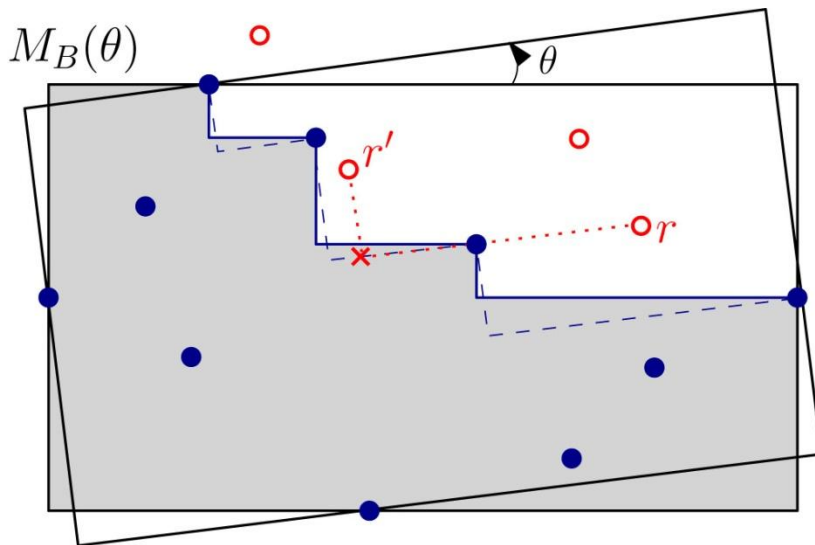
ورود/خروج نقطه‌ای قرمز به $M_B(\theta)$



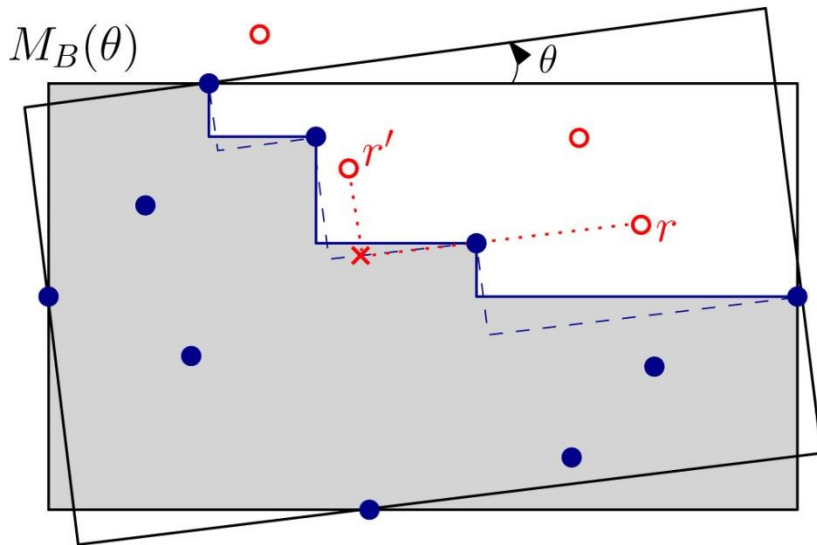
- رخداد مستطیل-آبی
 - رخداد پلکان-آبی
 - رخداد مستطیل-قرمز
 - رخداد شاهد
- تغییر در شاهد قرمز



- رخداد مستطیل-آبی
 - رخداد پلکان-آبی
 - رخداد مستطیل-قرمز
 - رخداد شاهد
 - رخداد برخورد
- برخورد شاهد قرمز به پلکان
و در نتیجه ورود/خروج آن
به پله-شکل



تمام رخدادهای مطرح شده در زوایایی که
از هم خطی یک زوج از نقاط BR
ایجاد می‌شوند، روی می‌دهند.



- رخداد مستطیل-آبی
- رخداد پلکان-آبی
- رخداد مستطیل-قرمز
- رخداد شاهد
- رخداد برخورد

برخورد شاهد قرمز به پلکان
و در نتیجه ورود/خروج آن
به پله-شکل

تعداد این رخدادها $O(n)$ بوده و در زمان $O(n \log n)$ با استفاده از فضای $O(n)$ قابل محاسبه می‌باشند.

تعداد رخدادها شاهد $O(n\alpha(n))$ بوده و در زمان $O(n\alpha(n) \log n)$ با استفاده از فضای $O(n\alpha(n))$ قابل محاسبه می‌باشند.

- رخداد مستطیل-آبی
- رخداد پلکان-آبی
- رخداد مستطیل-قرمز
- رخداد شاهد
- رخداد برخورد

تعداد رخدادها برخورد $O(n^2)$ می‌باشد.

رخدادهای غیر برخوردار

- رخداد مستطیل-آبی
- رخداد پلکان-آبی
- رخداد مستطیل-قرمز
- رخداد شاهد
- رخداد برخوردار

الگوریتم:

۱. پیش‌محاسبه‌ی رخدادهای غیر برخوردار و ذخیره‌ی آنها به صورت مرتب

الگوریتم:

۱. پیش‌محاسبه‌ی رخدادهای غیر برخوردار و ذخیره‌ی آنها به صورت مرتب
۲. ذخیره‌سازی اولیه به ازای $\theta := 0$

الگوریتم:

۱. پیش‌محاسبه‌ی رخدادهای غیر برخوردار و ذخیره‌ی آنها به صورت مرتب
۲. ذخیره‌سازی اولیه به ازای $\theta := 0$
۳. آغاز جاروب چرخشی

الگوریتم:

۱. پیش‌محاسبه‌ی رخدادهای غیر برخوردار و ذخیره‌ی آنها به صورت مرتب
۲. ذخیره‌سازی اولیه به ازای $\theta := 0$
۳. آغاز جاروب چرخشی
۴. مدیریت رخدادهای غیر برخوردار θ_i
۵. محاسبه‌ی رخدادهای برخوردار میان هر دو رخداد غیر برخوردار متوالی θ_i و θ_{i+1}

الگوریتم:

۱. پیش‌محاسبه‌ی رخدادهای غیر برخوردار و ذخیره‌ی آنها به صورت مرتب
۲. ذخیره‌سازی اولیه به ازای $\theta := 0$
۳. آغاز جاروب چرخشی
۴. مدیریت رخدادهای غیر برخوردار θ_i
۵. محاسبه‌ی رخدادهای برخوردار میان هر دو رخداد غیر برخوردار متوالی θ_i و θ_{i+1}

الف) بررسی مسئله در فضای دوگان

ب) استفاده از جاروب توپولوژیکی چیدمان برای یافتن تقاطع خطوط در فضای دوگان

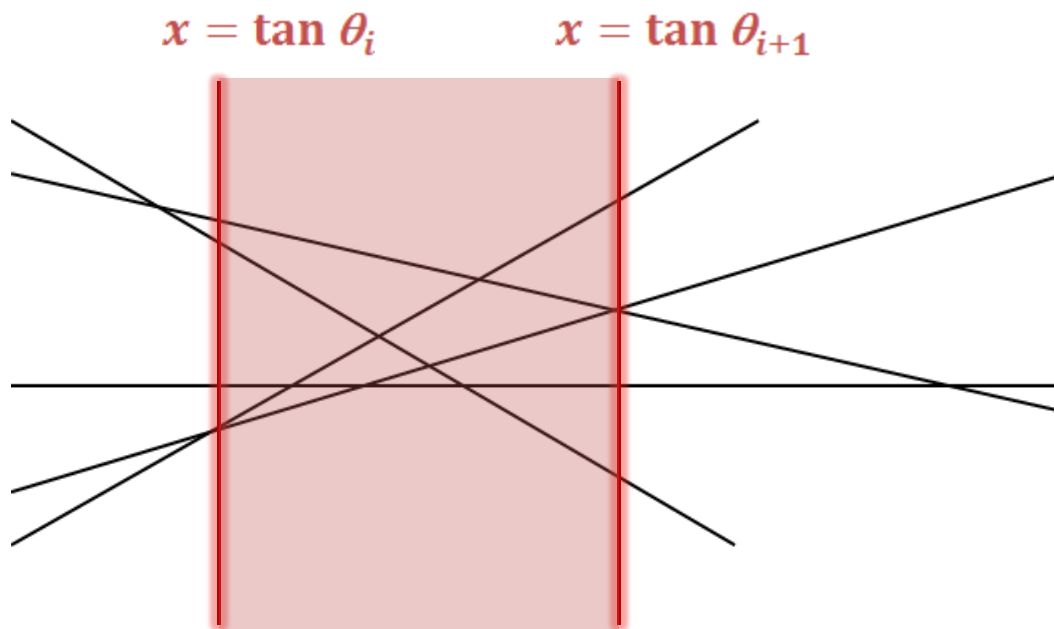
ج) افراز فضای دوگان به $O(n)$ نوار

د) یافتن رخدادهای برخوردار در هر نوار

الگوریتم:

محاسبه‌ی رخدادهای برخورد میان هر دو رخداد غیر برخورد متوالی θ_i و θ_{i+1}

- رخدادهای غیربرخورد از پیش محاسبه شده (راهنما)
- تعریف دیواره‌ها و نوارها در فضای دوگان



الگوریتم:

۱. پیش‌محاسبه‌ی رخدادهای غیر برخوردار و ذخیره‌ی آنها به صورت مرتب $O(n \alpha(n) \log n)$
۲. ذخیره‌سازی اولیه به ازای $\theta := 0$ $O(n \alpha(n))$
۳. آغاز جاروب چرخشی $O(n)$
۴. مدیریت رخدادهای غیر برخوردار θ_i
۵. محاسبه‌ی رخدادهای برخوردار میان هر دو رخداد غیر برخوردار متوالی θ_i و θ_{i+1}

الف) بررسی مسئله در فضای دوگان

ب) استفاده از جاروب توپولوژیکی چیدمان برای یافتن تقاطع خطوط در فضای دوگان

ج) افراز فضای دوگان به $O(n)$ نوار

د) یافتن رخدادهای برخوردار در هر نوار

$O(n + t_i)$


کاهش فضای مصرفی:

نگهداری کلیه‌ی رخدادهای شاهد  صرف فضای $O(n\alpha(n))$

کشف رخدادهای برخورد نوار به نوار انجام می‌شود.



تنها دانستن رخدادهای شاهده‌ی که در نوار مورد بررسی به وقوع می‌پیوندند،
کفایت می‌کند.

 تعداد رخدادهای شاهد در هر نوار $O(n)$ است.

کاهش فضای مصرفی:

محاسبه‌ی افزایشی رخدادهای شاهد:

فرض: مجموعه‌ای از $O(n)$ زاویه‌ی θ متناظر با رخدادهای مستطیل-آبی،
پلکان-آبی و مستطیل-قرمز به صورت افزایشی مرتب در دست است.

هدف: محاسبه‌ی رخدادهای شاهد در بازه‌ی $[\theta_i, \theta_{i+1})$

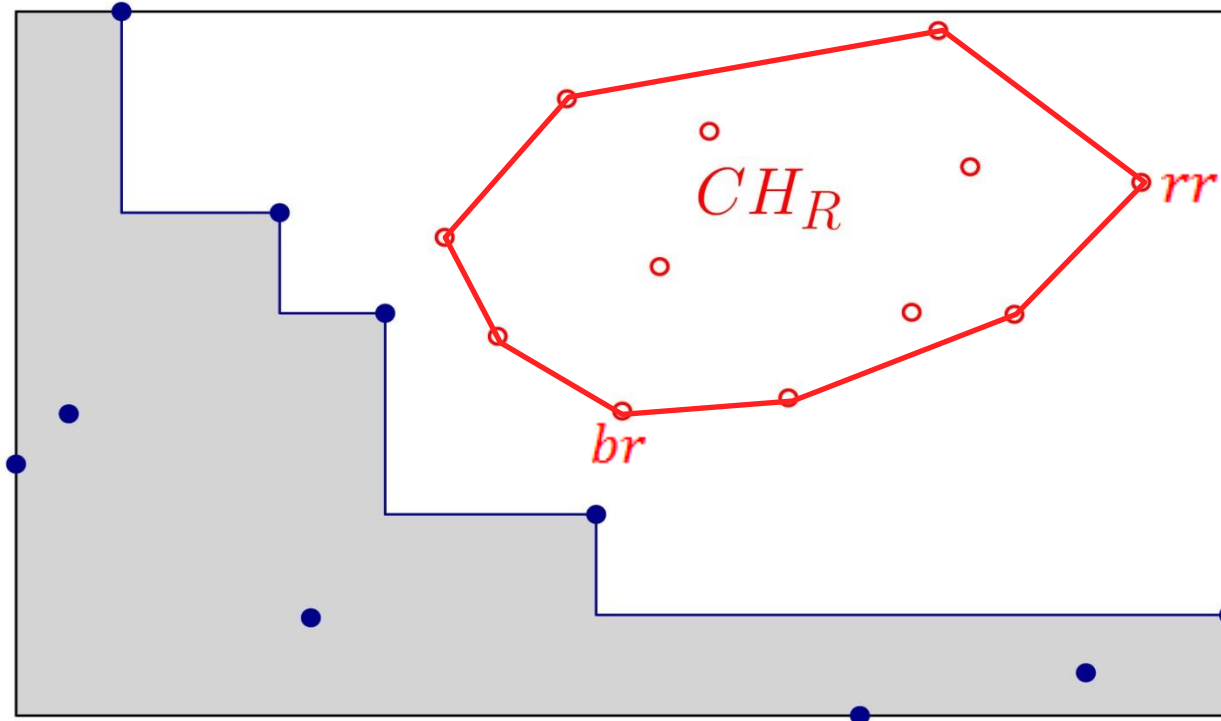
تغییر در پایین‌ترین یا چپ‌ترین نقطه‌ی قرمز موجود در
 $M_B(\theta)$ به ازای $\theta \in [\theta_i, \theta_{i+1})$

کاهش فضای مصرفی:

$\theta := 0$

محاسبه‌ی افزایشی رخدادهای شاهد:

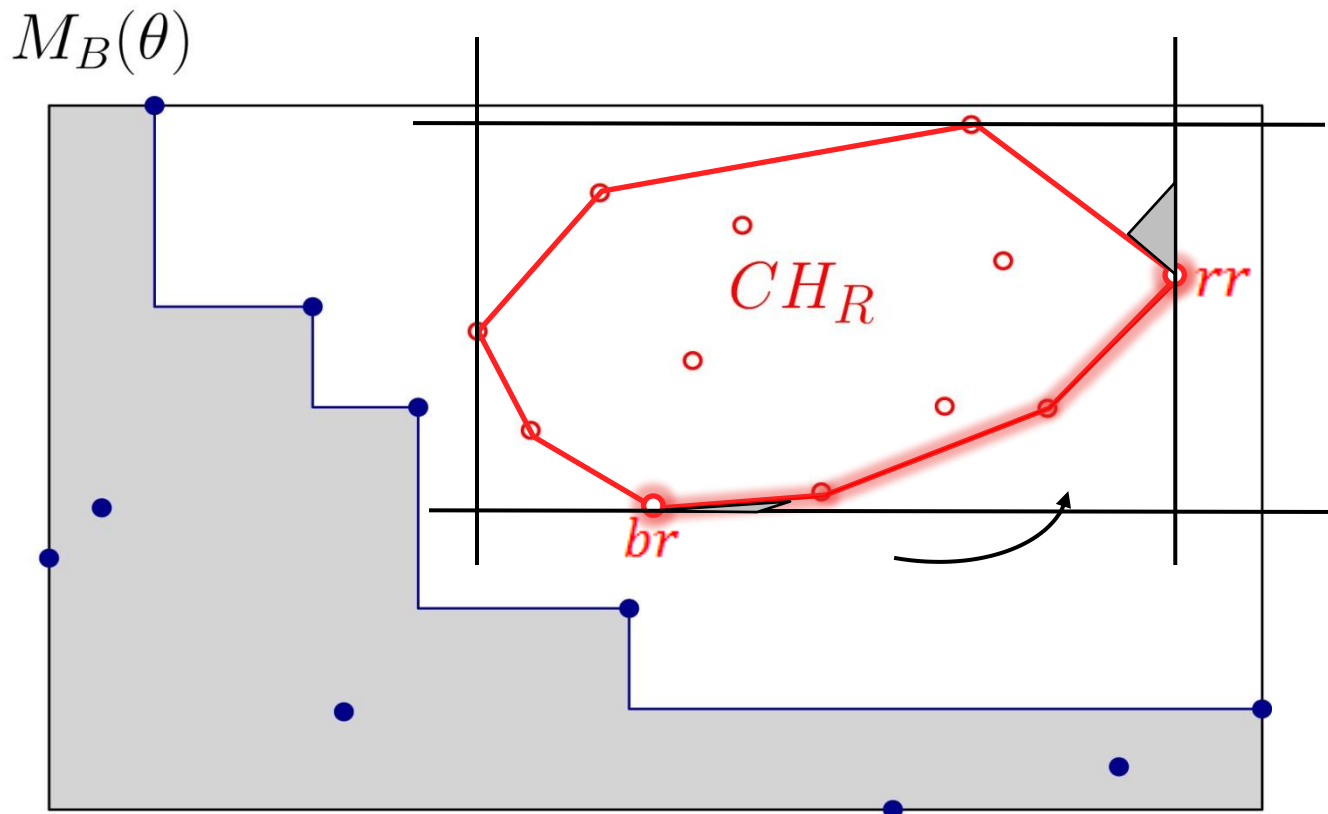
$M_B(\theta)$



کاهش فضای مصرفی:

$\theta := 0$

محاسبه‌ی افزایشی رخدادهای شاهد:



کاهش فضای مصرفی:

محاسبه‌ی افزایشی رخدادهای شاهد:

در رخدادهای مستطیل-آبی و پلکان-آبی، همچنان می‌توان از CH_R موجود استفاده نمود.

هنگامی که یک رخداد مستطیل-قرمز روی می‌دهد، CH_R را به‌روز می‌نماییم [Overmars and Van Leeuwen, 81].

قضیه به ازای مجموعه نقاط B و R داده شده به اندازه کلی n ، مسئله‌ی یافتن زوایای $\theta \in [0, 2\pi)$ که به ازای آن‌ها ال‌شکلی وجود دارد که کلیه‌ی نقاط مجموعه‌ی B را پوشش داده، در حالی که هیچ نقطه‌ای از مجموعه‌ی R را پوشش نمی‌دهد، در زمان $O(n^2)$ ، با استفاده از فضای $O(n)$ ، قابل حل است.

الگوریتم:

۱. پیش‌محاسبه‌ی رخدادهای غیر برخوردار و ذخیره‌ی آنها به صورت مرتب
۲. ذخیره‌سازی اولیه به ازای $\theta := 0$
۳. آغاز جاروب چرخشی
۴. مدیریت رخدادهای غیر برخوردار θ_i
۵. محاسبه‌ی رخدادهای برخوردار میان هر دو رخداد غیر برخوردار متوالی θ_i و θ_{i+1}

الف) بررسی مسئله در فضای دوگان

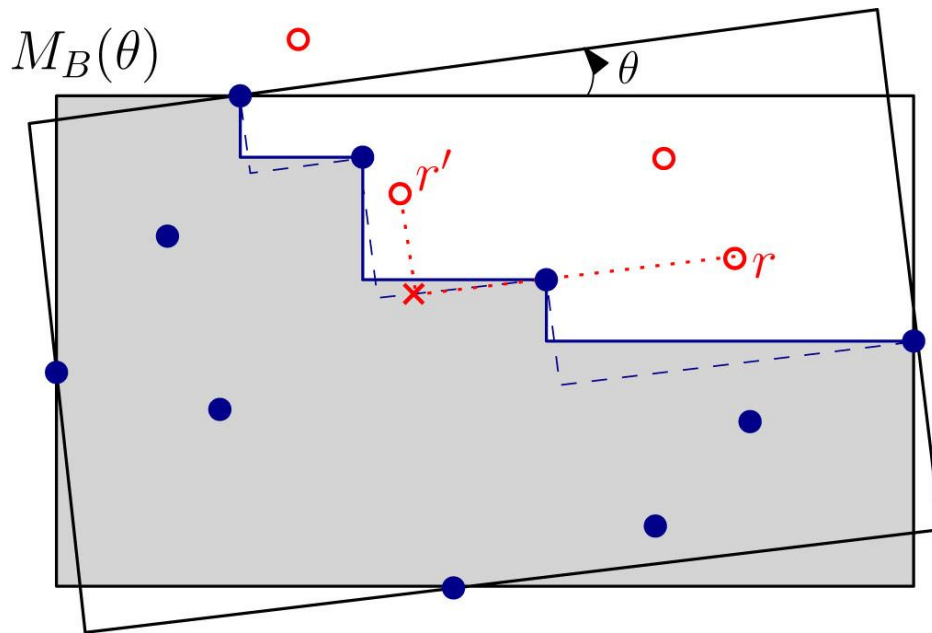
ب) استفاده از جاروب توپولوژیکی چیدمان برای یافتن تقاطع خطوط در فضای دوگان

ج) افراز فضای دوگان به $O(n)$ نوار

د) یافتن رخدادهای برخوردار در هر نوار

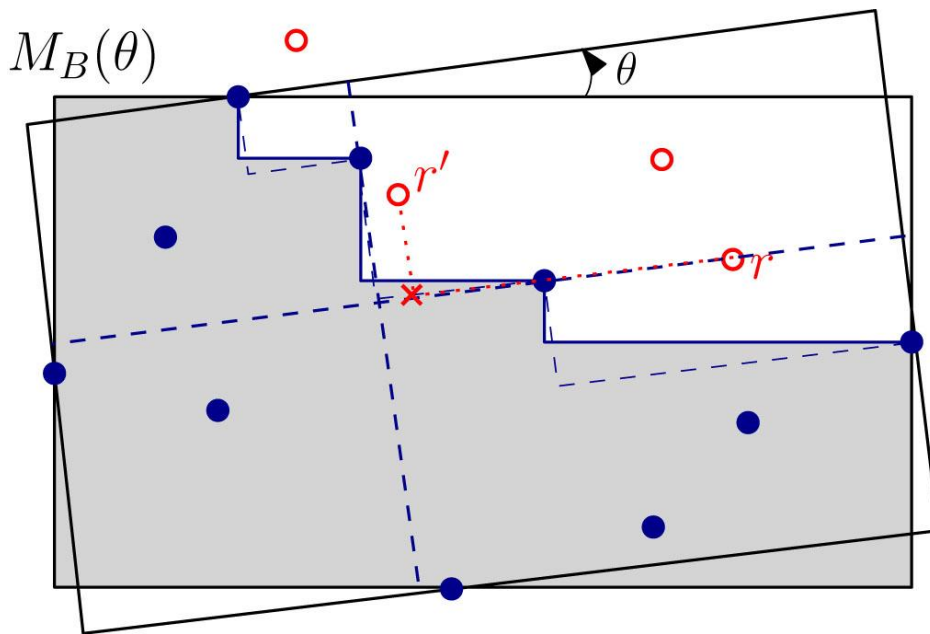
با استفاده از توری

رخدادهای برخورد: بر اثر برخورد شاهد قرمز به پاره‌خط‌های عمودی/افقی پلکان



رخداد‌های برخورد: بر اثر برخورد شاهد قرمز به پاره‌خط‌های عمودی/افقی پلکان

رخداد‌های برخورد بالقوه: بر اثر برخورد شاهد قرمز به خطوط عمودی/افقی گذرنده از نقاط آبی انتهایی

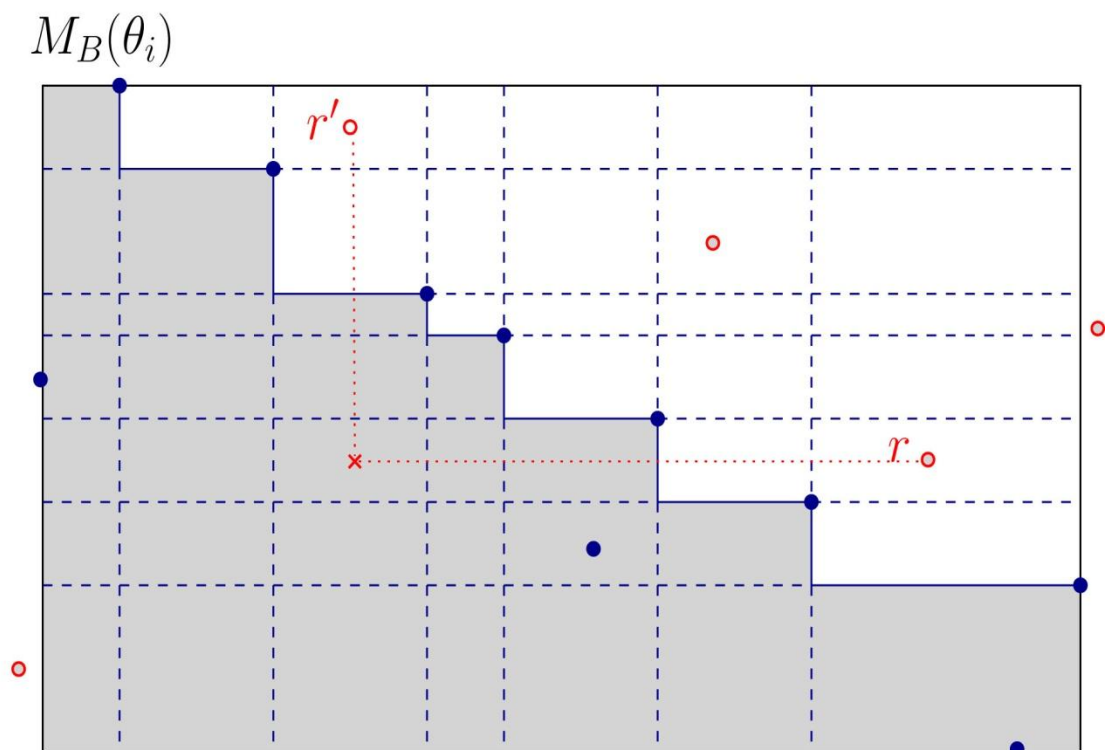


- افراز $[0, 2\pi)$ به $O(n)$ جاروب بازه (با استفاده از رخداد‌های مستطیل-آبی، پلکان-آبی و مستطیل-قرمز)

- یافتن رخداد‌های برخورد در هر جاروب بازه با استفاده از توری

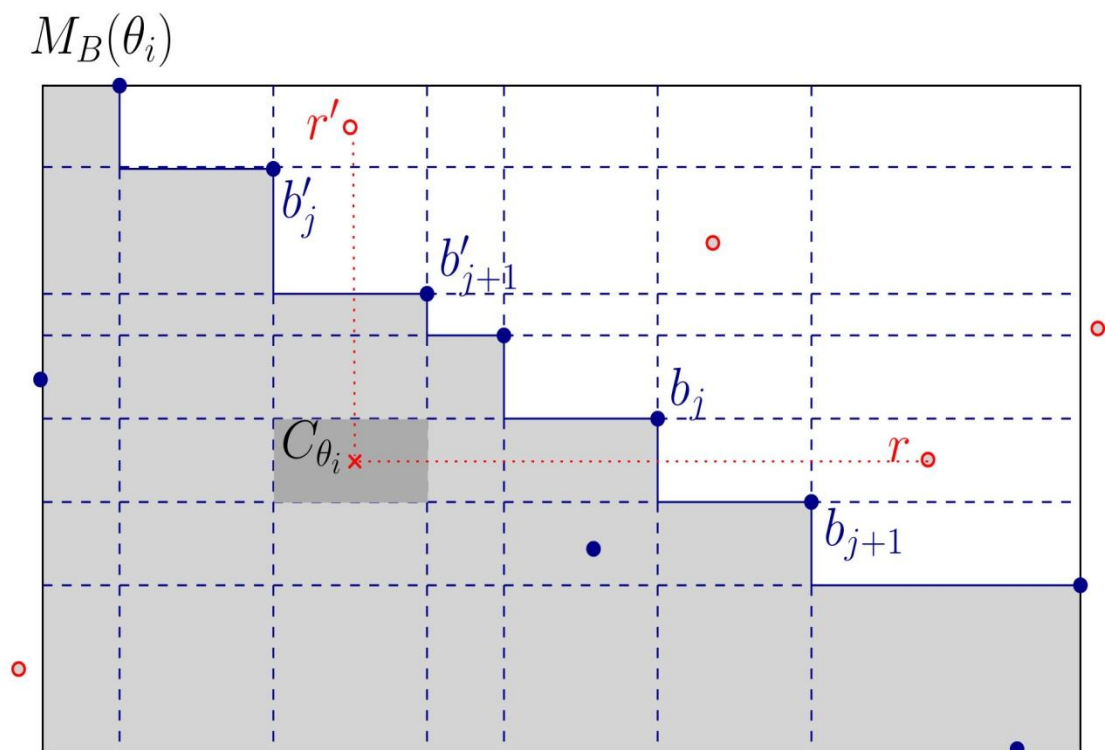
محاسبه‌ی رخدادهای برخورد در جاروب-بازه $[\theta_i, \theta_{i+1})$

دنبال کردن شاهد قرمز w_θ و پلکان، مادام افزایش زاویه‌ی θ



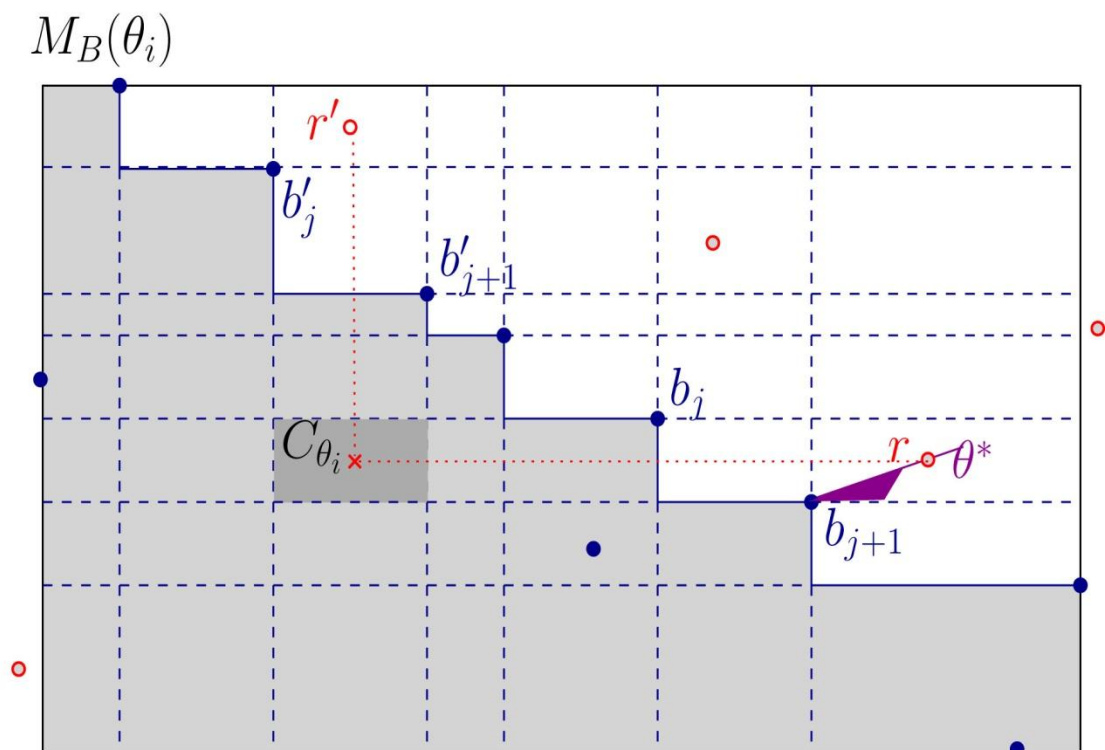
محاسبه‌ی رخدادهای برخورد در جاروب-بازه $[\theta_i, \theta_{i+1})$

دنبال کردن شاهد قرمز w_θ و پلکان، مادام افزایش زاویه‌ی θ



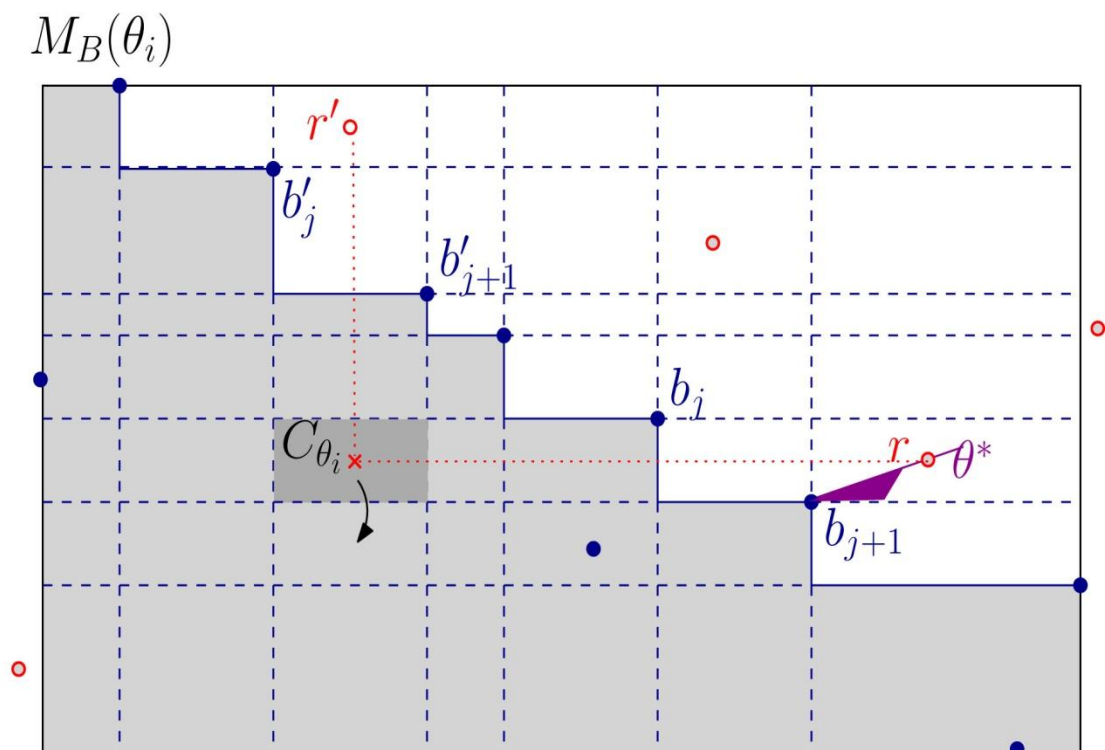
محاسبه‌ی رخدادهای برخورد در جاروب-بازه $[\theta_i, \theta_{i+1})$

دنبال کردن شاهد قرمز w_θ و پلکان، مادام افزایش زاویه‌ی θ



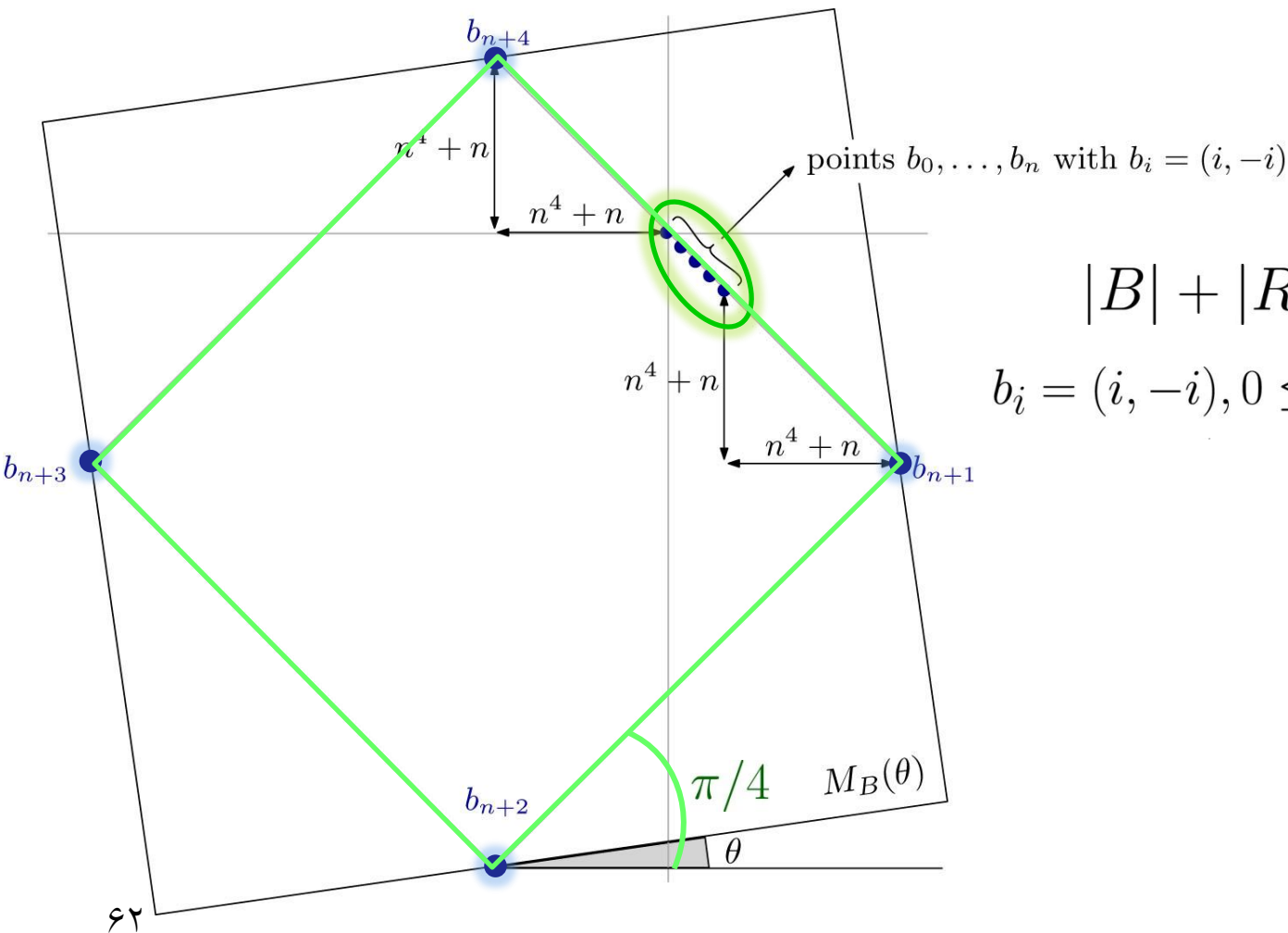
محاسبه‌ی رخدادهای برخورد در جاروب-بازه $[\theta_i, \theta_{i+1})$

دنبال کردن شاهد قرمز w_θ و پلکان، مادام افزایش زاویه‌ی θ



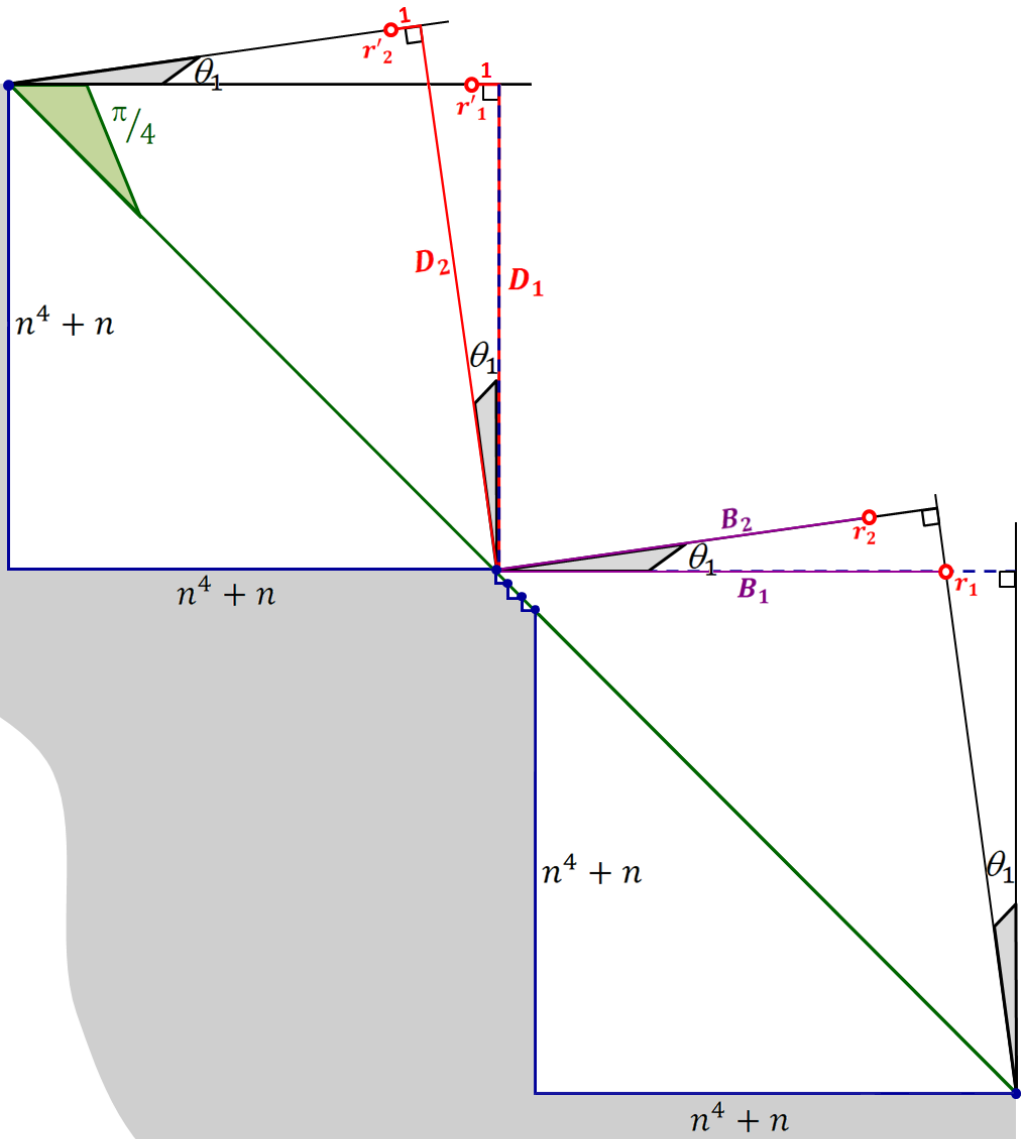
قضیه به ازای مجموعه نقاط B و R داده شده به اندازه کلی n ، مسئله‌ی یافتن زوایای $\theta \in [0, 2\pi)$ که به ازای آن‌ها ال‌شکلی وجود دارد که کلیه‌ی نقاط مجموعه‌ی B را پوشش داده، در حالی که هیچ نقطه‌ای از مجموعه‌ی R را پوشش نمی‌دهد، در زمان $O(n^2)$ ، با استفاده از فضای $O(n)$ ، قابل حل است.

هدف: یافتن زیر بازه‌هایی از $[0, 2\pi)$ که به ازای آنها ال-شکل آبی وجود دارد
 ← زیربازه‌های آبی



$$|B| + |R| = 3n + 5$$

$$b_i = (i, -i), 0 \leq i \leq n$$

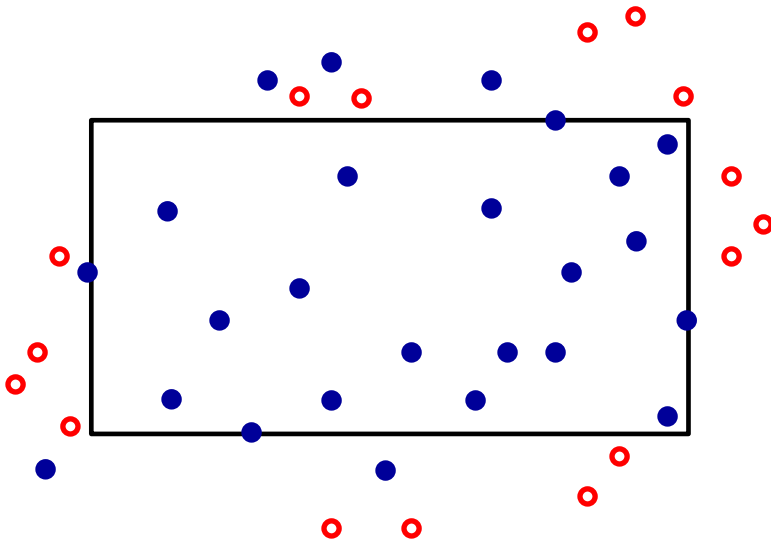


لم در طی بازه‌ی $(\theta_{j-1}, \theta_j]$ ، شاهد قرمز تعریف شده توسط r'_j, r_j از $\Theta(n)$ پله‌ی پلکان عبور می‌کند.

قضیه به ازای مقادیر به اندازه‌ی کافی بزرگ n ، مجموعه نقاط R و B به اندازه‌ی کلی n وجود دارد که آن‌ها $\Theta(n^2)$ بازه‌ی مجزا وجود دارد که ال-شکل آبی ایجاد می‌کنند.

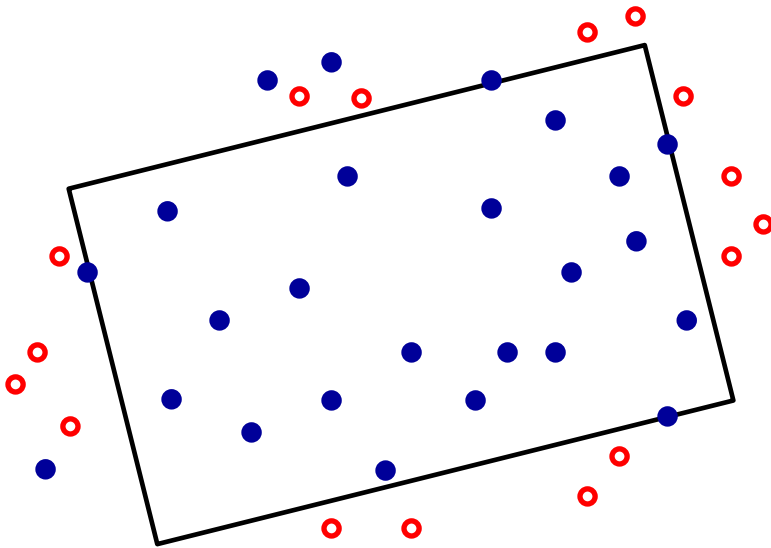
مسئله جداسازی پیشینه

تعریف مسئله: فرض کنید مجموعه‌ی B شامل نقاط آبی رنگ و مجموعه‌ی R شامل نقاط قرمز رنگ به اندازه‌ی کلی n در صفحه داده شده، شکلی هندسی به عنوان جداکننده تعیین شده است. در مسئله جداسازی پیشینه هدف آن است که جداکننده به گونه‌ای در صفحه قرار گیرد که بیشترین تعداد نقاط ممکن از مجموعه‌ی B را بپوشاند در حالی که هیچ نقطه‌ای از مجموعه‌ی R را پوشش ندهد، یا به عبارتی هدف آن است که شکل جداکننده بیشترین تعداد نقاط ممکن از مجموعه‌ی B را از مجموعه‌ی R جدا نماید.



مسئله جداسازی پیشینه

تعریف مسئله: فرض کنید مجموعه‌ی B شامل نقاط آبی رنگ و مجموعه‌ی R شامل نقاط قرمز رنگ به اندازه‌ی کلی n در صفحه داده شده، شکلی هندسی به عنوان جداکننده تعیین شده است. در مسئله جداسازی پیشینه هدف آن است که جداکننده به گونه‌ای در صفحه قرار گیرد که بیشترین تعداد نقاط ممکن از مجموعه‌ی B را بپوشاند در حالی که هیچ نقطه‌ای از مجموعه‌ی R را پوشش ندهد، یا به عبارتی هدف آن است که شکل جداکننده بیشترین تعداد نقاط ممکن از مجموعه‌ی B را از مجموعه‌ی R جدا نماید.



مسئله جداسازی پیشینه

مرجع	نتایج		نسخه	شکل هندسی (جداکننده)
	فضا	زمان		
[Liu, Nediak 2003]	$O(n)$	$O(n^2 \log n)$	جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات	مستطیل
[Backer, Keil 2009]	$O(n \log n)$	$O(n \log^3(n))$	جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات	مستطیل
[Bereg et al. 2009] [Pérez Lantero, PhD thesis, 2010]	$O(n^2)$	$O(n^3 \log n)$	جداکننده در راستای دلخواه	مستطیل
[Aronov, Har-Peled 2008]	$O(n)$	$O(n^2 \log n)$		دایره
[Bautista-Santiago et al. 2009]	$O(n^2)$	$O(n^3)$		چندضلعی محدب

مسائل باز [Aronov, Har-Peled 2008]:

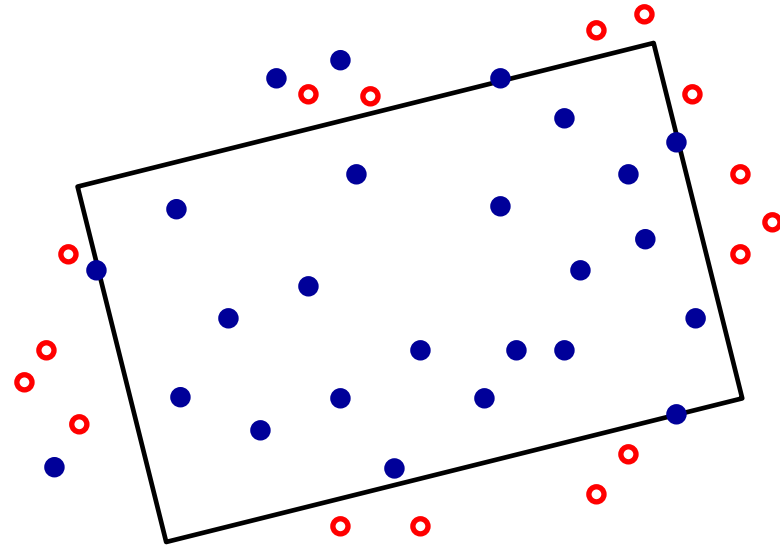
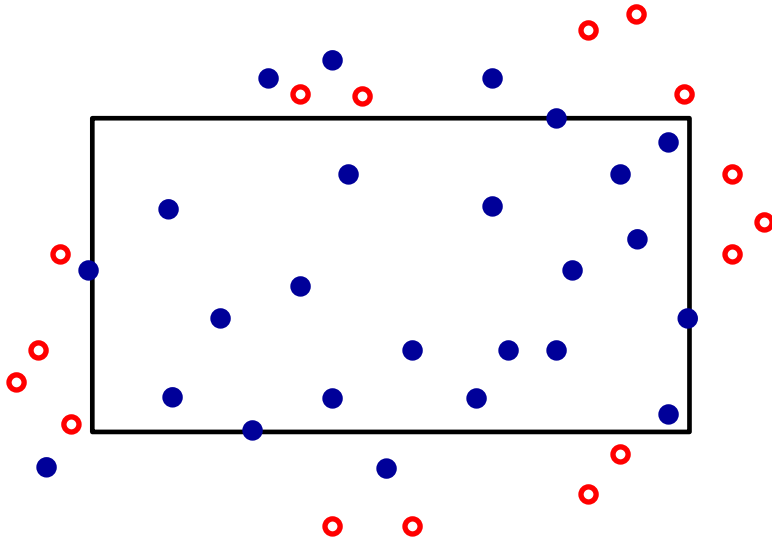
- بررسی سایر اشکال هندسی، از جمله جداکننده ال-شکل، در مسئله جداسازی پیشینه
- ارائه الگوریتم‌های غالبی بر الگوریتم‌های موجود

مسئله جداسازی پیشینه (نتایج)

	نتایج	نسخه	شکل هندسی (جداکننده)
زمان	$O(n^2)$	جداکننده هم‌راستا با محورهای	مستطیل
فضا	$O(n)$	مختصات	
زمان	$O(n^3), \Omega(n^3)$ $O(n^2)$	جداکننده در راستای دلخواه	

Farnaz Sheikhi and Ali Mohades. Planar maximum box problem revisited. Theoretical Computer Science, 729:57-67, 2018.

نگاهی دقیق‌تر بر نتایج (مسئله‌ی جداسازی بیشینه به وسیله‌ی مستطیل)
جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات
جداکننده در راستای دلخواه



نگاهی دقیق تر بر نتایج (مسئله‌ی جداسازی بیشینه به وسیله‌ی مستطیل)
جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات
جداکننده در راستای دلخواه

تعاریف

نواحی $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_3$

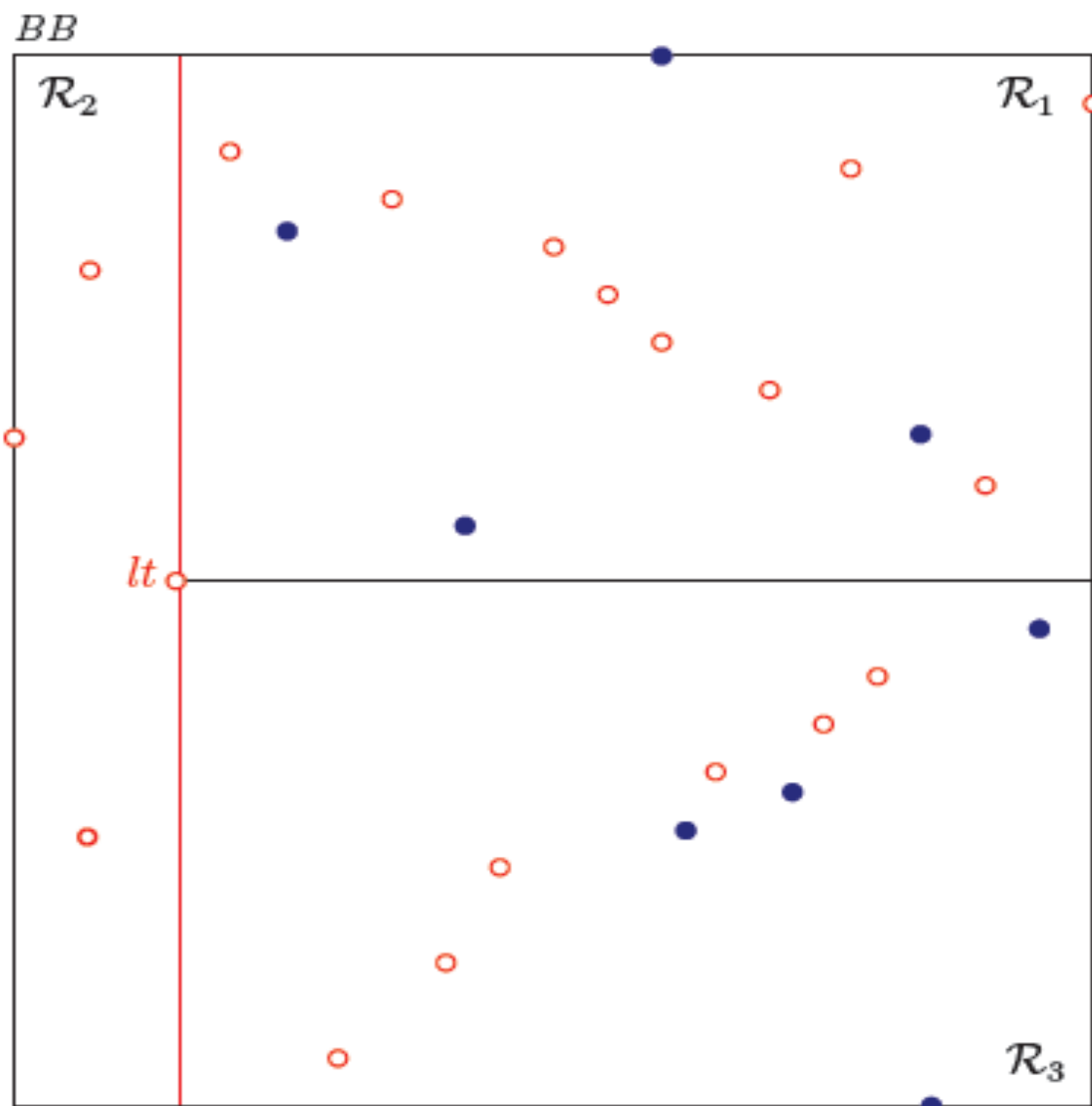
نقطه‌ی قرمز بیشینه بالایی

نقطه‌ی قرمز بیشینه پایینی

سقف

کف

پله-شکل



تعاریف

نواحی $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_3$

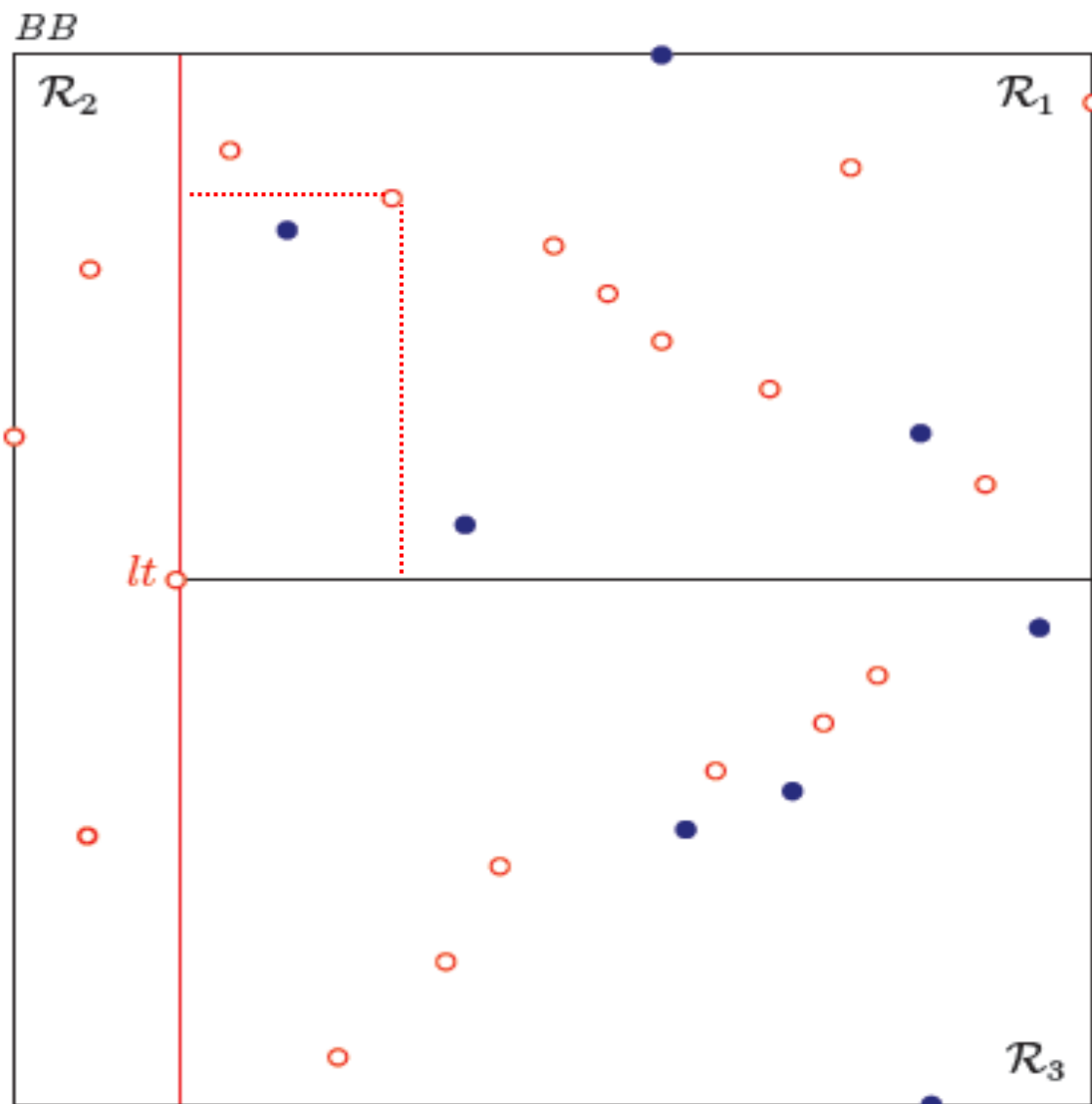
نقطه‌ی قرمز بیشینه بالایی

نقطه‌ی قرمز بیشینه پایینی

سقف

کف

پله-شکل



تعاریف

نواحی $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_3$

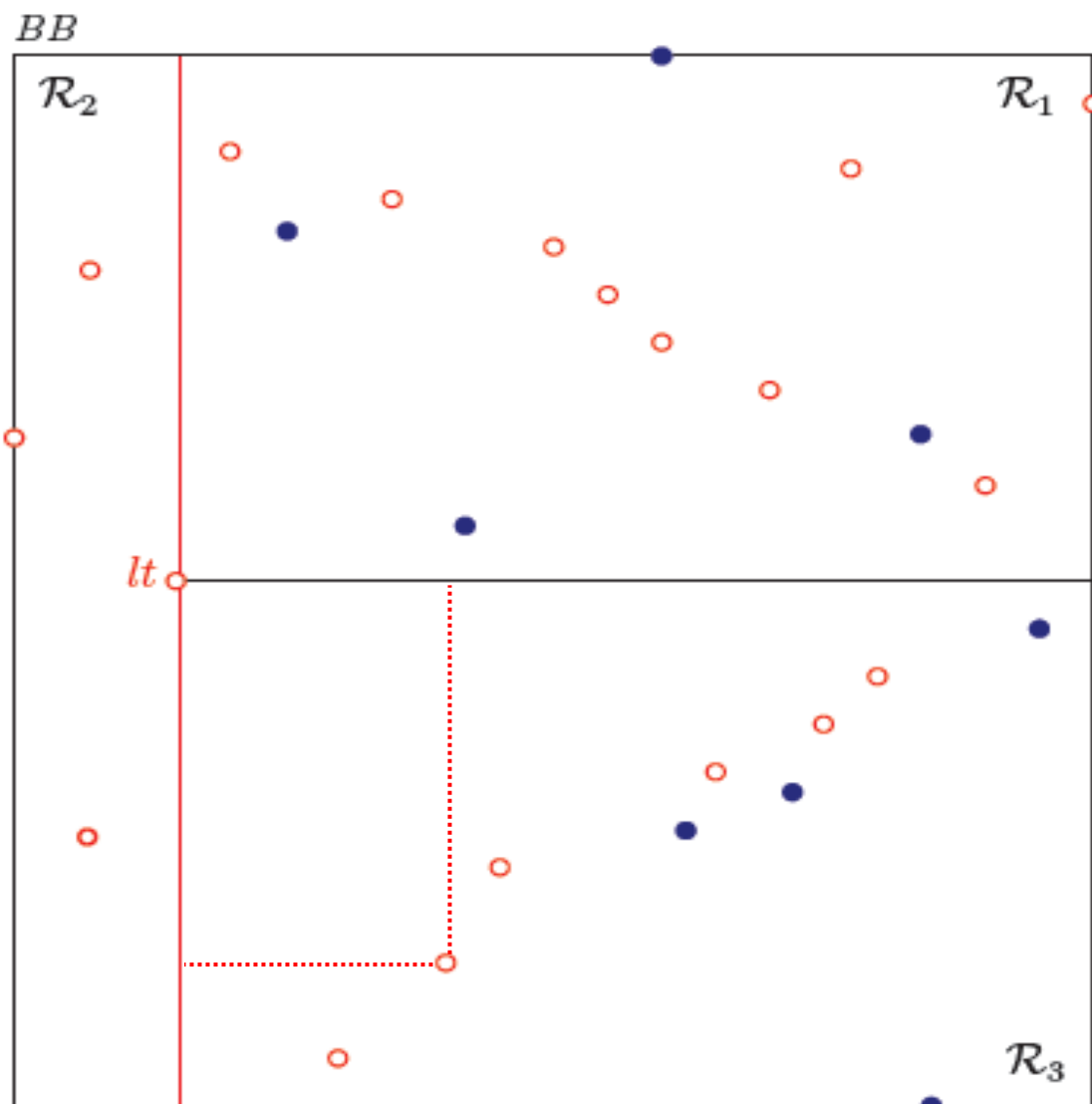
نقطه‌ی قرمز بیشینه بالایی

نقطه‌ی قرمز بیشینه پایینی

سقف

کف

پله-شکل



تعاریف

نواحی R_1, R_2, R_3

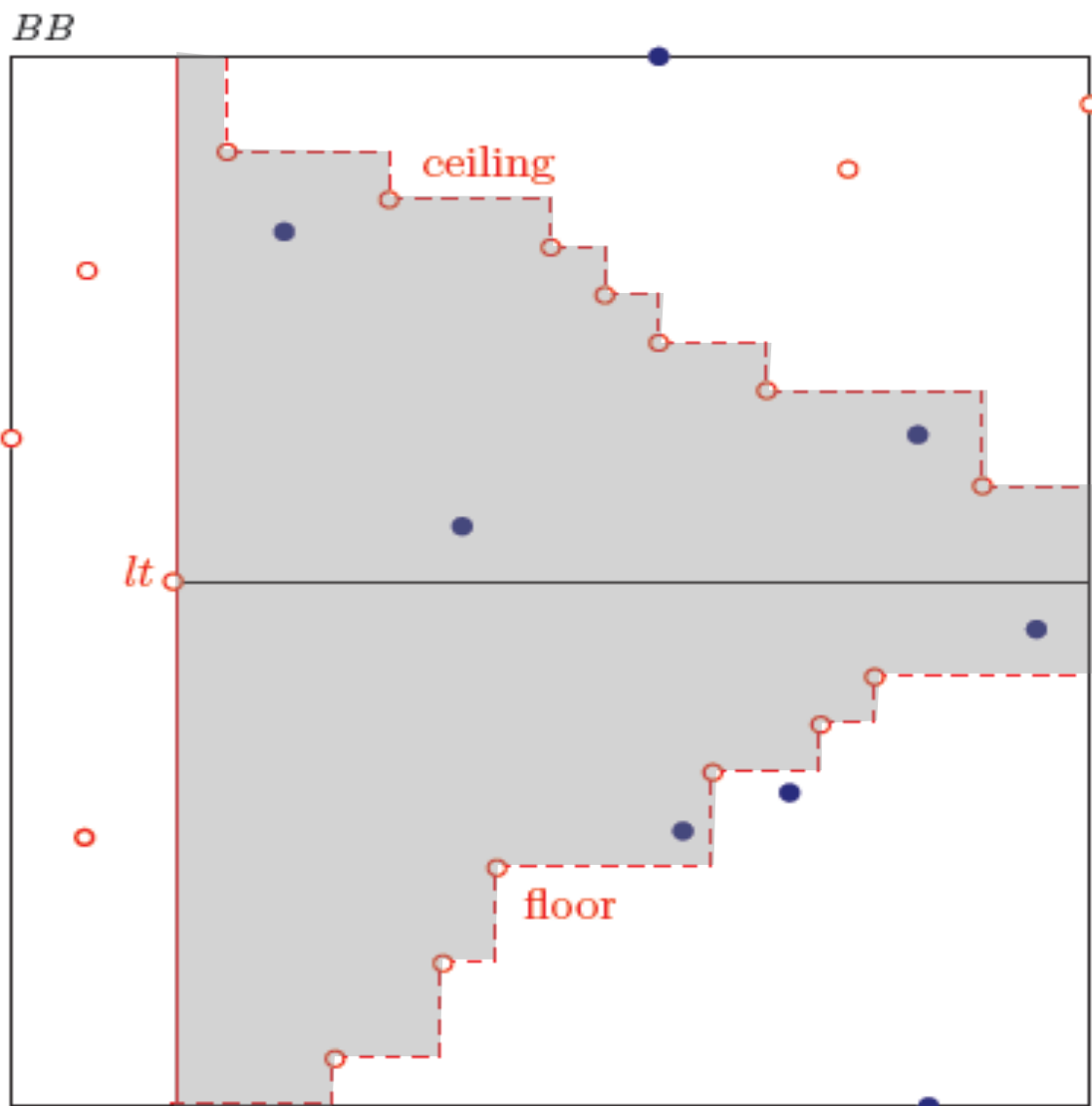
نقطه‌ی قرمز بیشینه بالایی

نقطه‌ی قرمز بیشینه پایینی

سقف

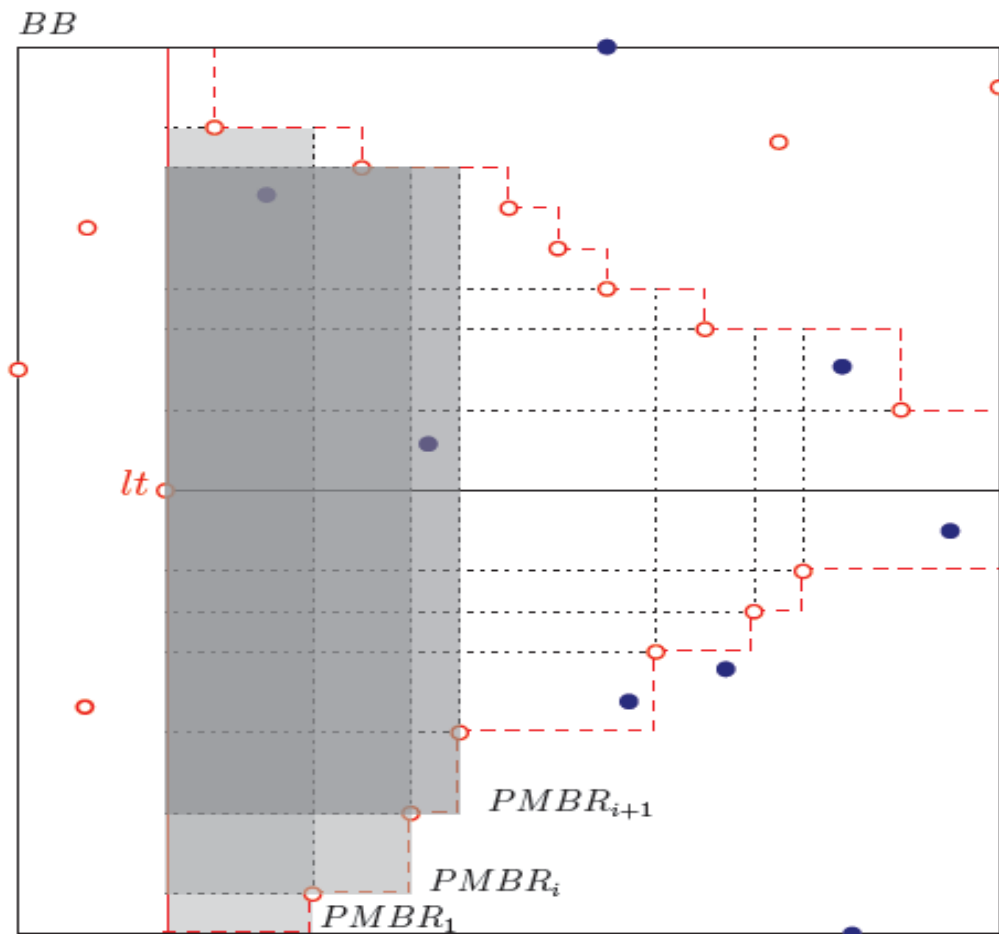
کف

پله-شکل



مشاهده اگر سقف یا کف ناتهی باشد، آن‌گاه هر $PMBR$ ای که lt را روی ضلع چپ دارد یا توسط بسط یک پله از سقف یا توسط بسط یک پله از کف ساخته می‌شود. در غیر این صورت، $PMBR$ ای که lt را روی ضلع چپ دارد، مرز $\mathcal{M}(B \cup R)$ را به ازای اضلاع دیگر لمس می‌کند.

الگوریتم قطعی پیشنهادی (قدم زدن بر کف با نگاه بر سقف)



نگاهی دقیق‌تر بر نتایج (مسئله‌ی جداسازی بیشینه به وسیله‌ی مستطیل)
جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات
جداکننده در راستای دلخواه

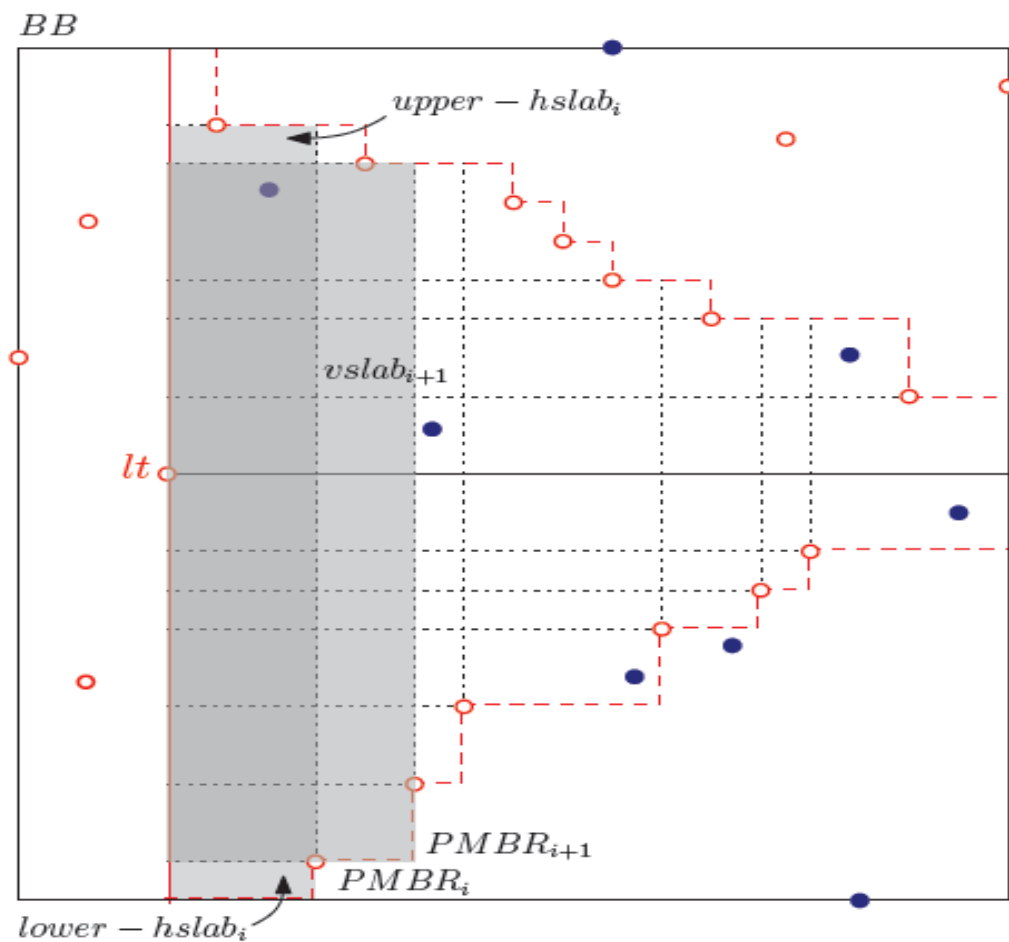
الگوریتم قطعی پیشنهادی (قدم زدن بر کف با نگاه بر سقف)

لم چنانچه نقاط BUR مرتب باشند، یافتن تمام $PMBR$ هایی که lt را روی ضلع چپ دارند، در زمان $O(n)$ انجام پذیر است.

نگاهی دقیق‌تر بر نتایج (مسئله‌ی جداسازی بیشینه به وسیله‌ی مستطیل)
جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات
جداکننده در راستای دلخواه

الگوریتم قطعی پیشنهادی (قدم زدن بر کف با نگاه بر سقف)

$$|PMBR_{i+1}| = |PMBR_i| - \alpha |upper - hslab_i| - \beta |lower - hslab_i| + |vslab_{i+1}|, \quad \alpha, \beta \in \{0, 1\}$$



الگوریتم قطعی پیشنهادی (قدم زدن بر کف با نگاه بر سقف)

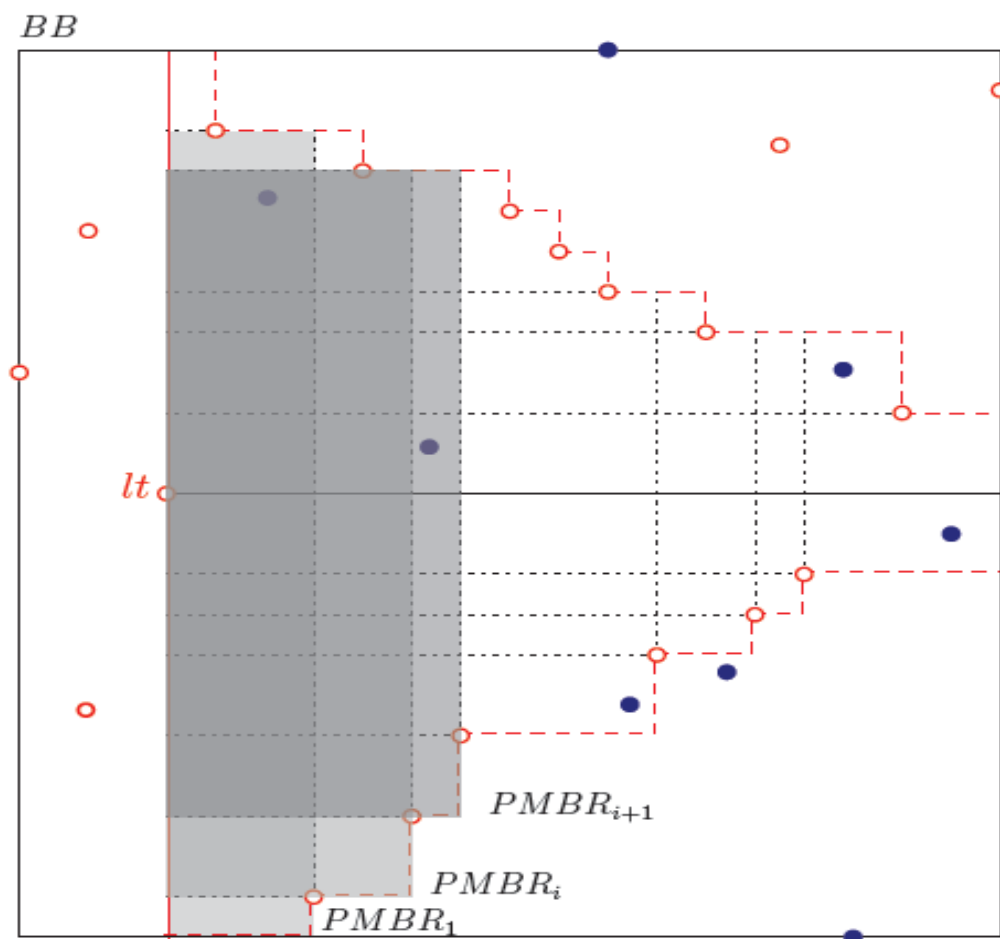
لم چنانچه نقاط BUR مرتب باشند، یافتن تمام $PMBR$ هایی که lt را روی ضلع چپ دارند، در زمان $O(n)$ انجام پذیر است.

لم چنانچه نقاط BUR مرتب باشند، شمارش تعداد نقاط آبی در $PMBR$ هایی که lt را روی ضلع چپ دارند، در زمان $O(n)$ انجام می‌شود.

قضیه فرض کنید مجموعه‌ی B شامل نقاط آبی و مجموعه‌ی R شامل نقاط قرمز به اندازه‌ی کلی n در صفحه داده شده است. آن‌گاه می‌توان تمام MBR های موازی محورهای مختصات را در زمان $O(n^2)$ با استفاده از فضای $O(n)$ یافته، الگوریتم ارائه‌شده بهینه‌ی بدترین حالت می‌باشد.

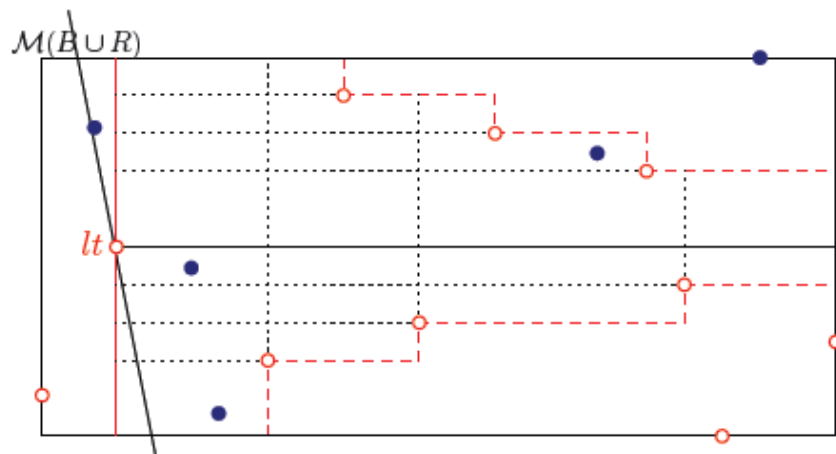
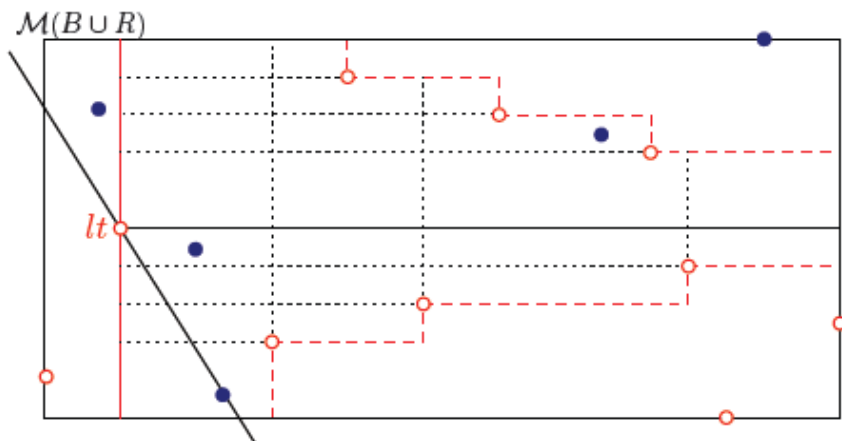
استفاده از جاروب چرخشی

رخدادها



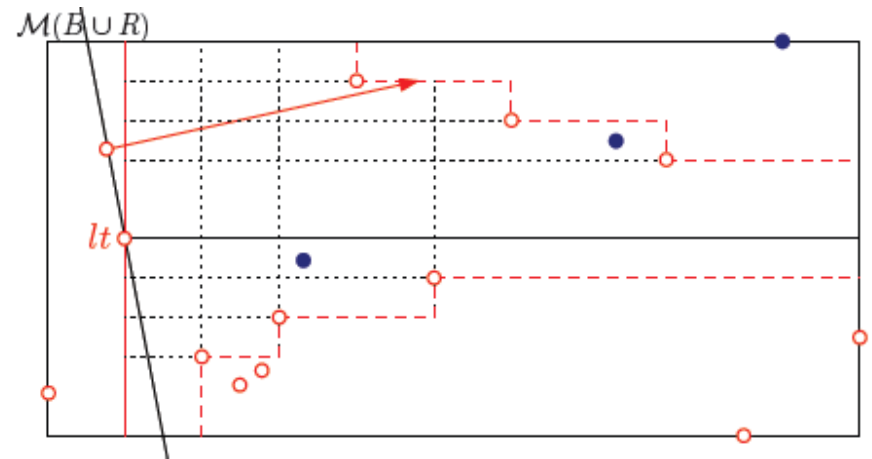
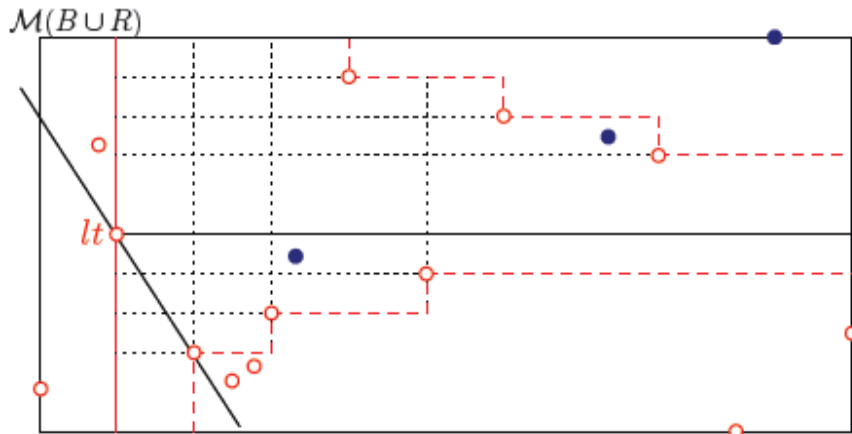
نگاهی دقیق‌تر بر نتایج (مسئله‌ی جداسازی بیشینه به وسیله‌ی مستطیل)
جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات
جداکننده در راستای دلخواه

رخداد تماسی- lt



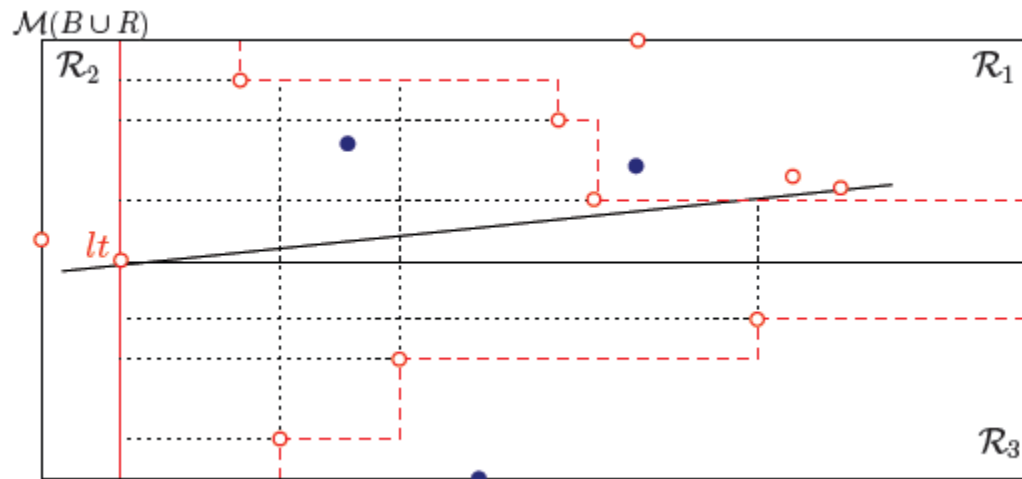
نگاهی دقیق تر بر نتایج (مسئله جداسازی بیشینه به وسیله مستطیل)
جداکننده هم راستا با محورهای مختصات
جداکننده در راستای دلخواه

رخداد تماسی lt -



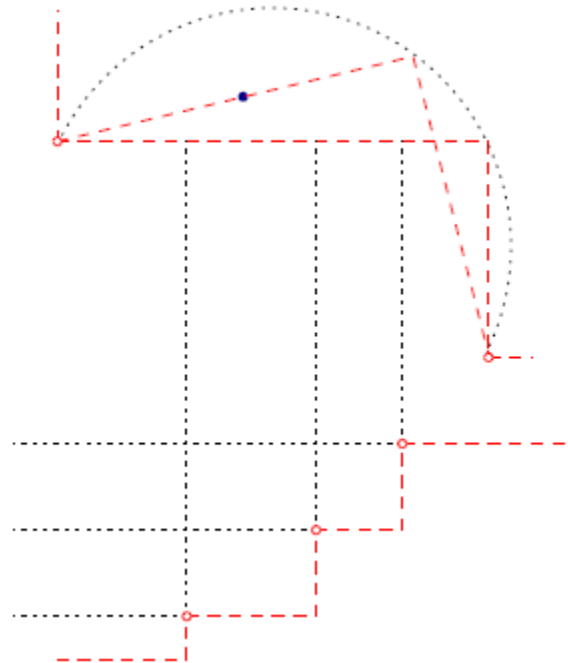
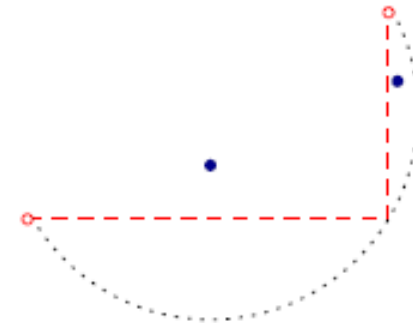
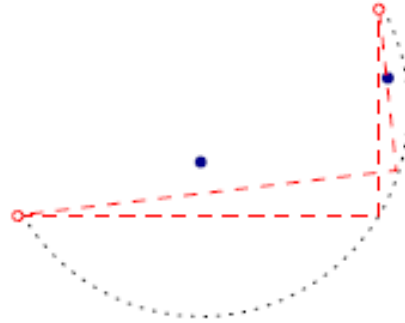
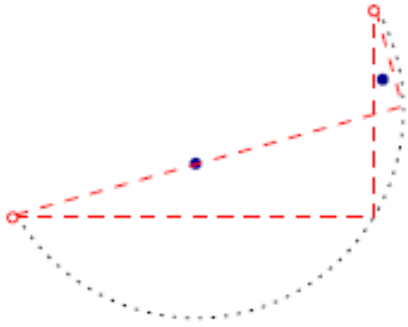
نگاهی دقیق‌تر بر نتایج (مسئله‌ی جداسازی بیشینه به وسیله‌ی مستطیل)
جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات
جداکننده در راستای دلخواه

رخداد تماسی- lt



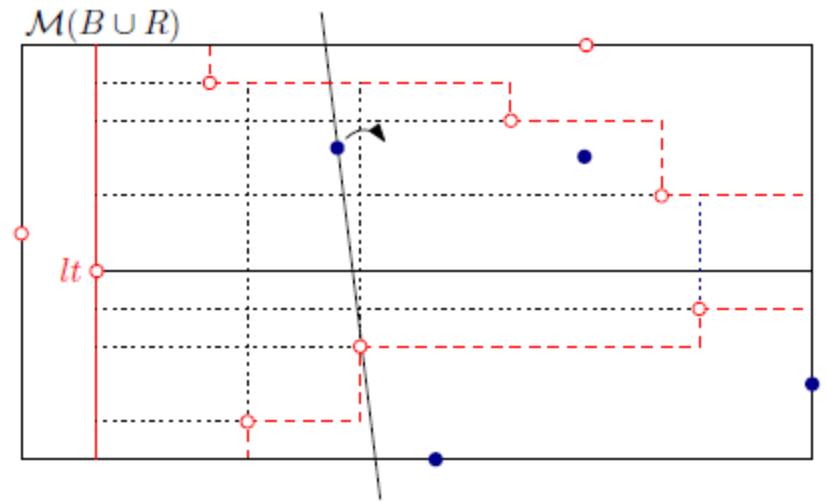
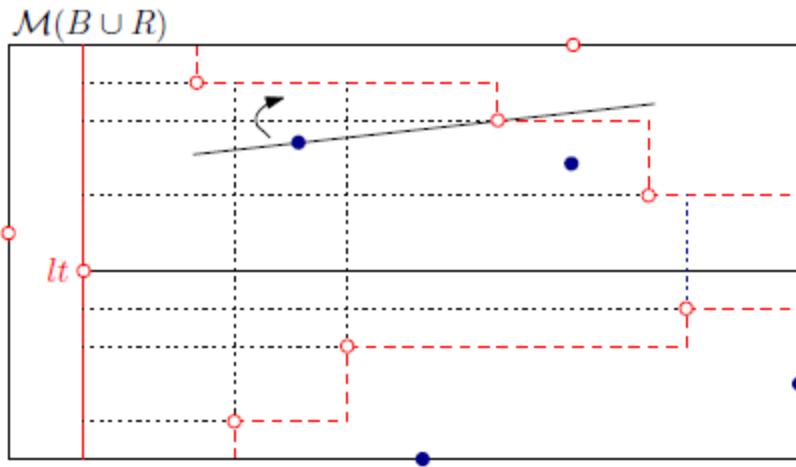
نگاهی دقیق‌تر بر نتایج (مسئله‌ی جداسازی بیشینه به وسیله‌ی مستطیل)
جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات
جداکننده در راستای دلخواه

رخداد تماسی-پله

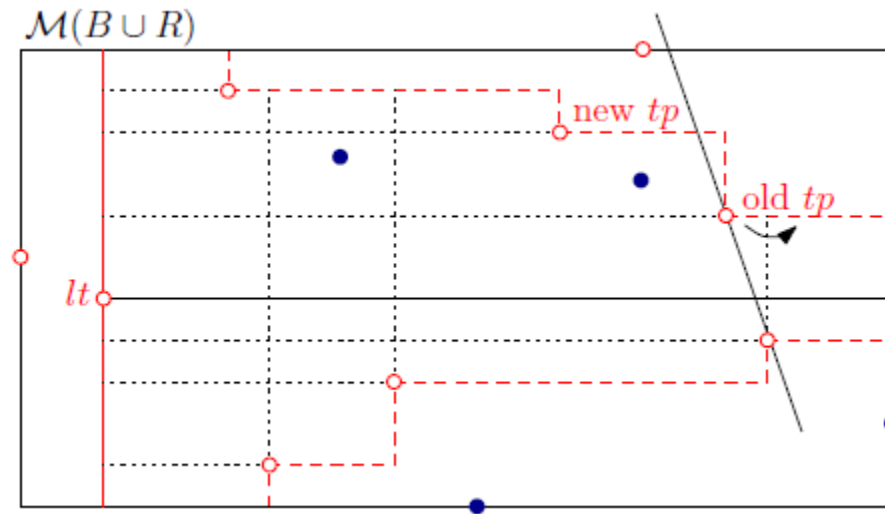


نگاهی دقیق‌تر بر نتایج (مسئله‌ی جداسازی بیشینه به وسیله‌ی مستطیل)
 جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات
 جداکننده در راستای دلخواه

رخداد جابجایی-آبی



رخداد جابجایی-قرمز



$O(n)$	{	رخداد تماسی-It رخداد تماسی پله
$O(n^2)$	{	رخداد جابجایی آبی رخداد جابجایی قرمز
$O(n)$	{	رخداد مرزی

نگاهی دقیق‌تر بر نتایج (مسئله‌ی جداسازی بیشینه به وسیله‌ی مستطیل)
جداکننده هم‌راستا با محورهای مختصات
جداکننده در راستای دلخواه

قضیه فرض کنید مجموعه‌ی B شامل نقاط آبی و مجموعه‌ی R شامل نقاط قرمز به اندازه‌ی کلی n در صفحه داده شده است. می‌توان کلیه‌ی MBR های در راستای دلخواه را در زمان $O(n^3)$ با استفاده از فضای $O(n^2)$ محاسبه نمود.

Farnaz Sheikhi and Ali Mohades. Planar maximum box problem revisited. *Theoretical Computer Science*, 729:57-67, 2018.

Farnaz Sheikhi, Ali Mohades, Mark de Berg, and Ali Mehrabi. Separability of imprecise points. *Computational Geometry: Theory and Applications*, 61:24-37, 2017.

Farnaz Sheikhi, Ali Mohades, Mark de Berg, and Mansoor Davoodi. Separating bichromatic point sets by L-shapes. *Computational Geometry: Theory and Applications*, 48:673-687, 2015.

Mansoor Davoodi, Ali Mohades, Farnaz Sheikhi, and Payam Khanteimouri. Data imprecision under λ -geometry. *Information Sciences*, 295:126-144, 2015.

Farnaz Sheikhi and Ali Mohades. Maximum separability by L-shapes. Under review in *Discrete Applied Mathematics*, Submitted 2017.

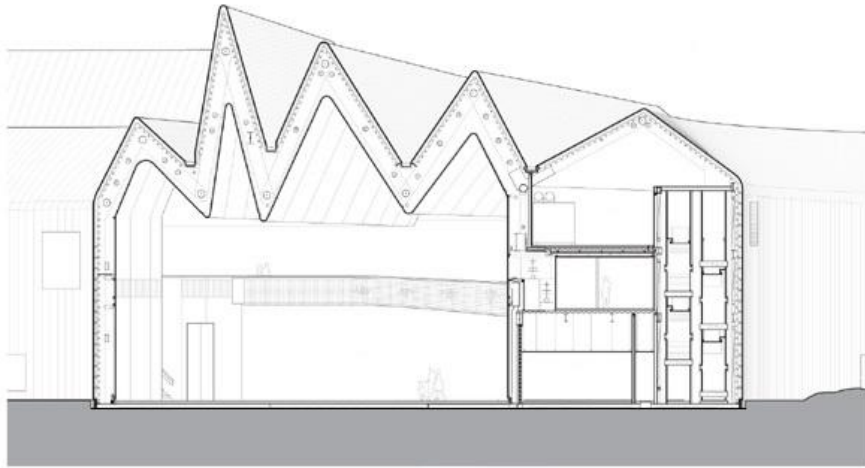
کارهای آتی

جداکننده‌ی ال-شکل نخستین
جداکننده‌ی نامحدب راه‌یافته به
مسائل جداسازی است.

← بررسی مسائل جداسازی به
ازای اشکال نامحدب پیچیده‌تر

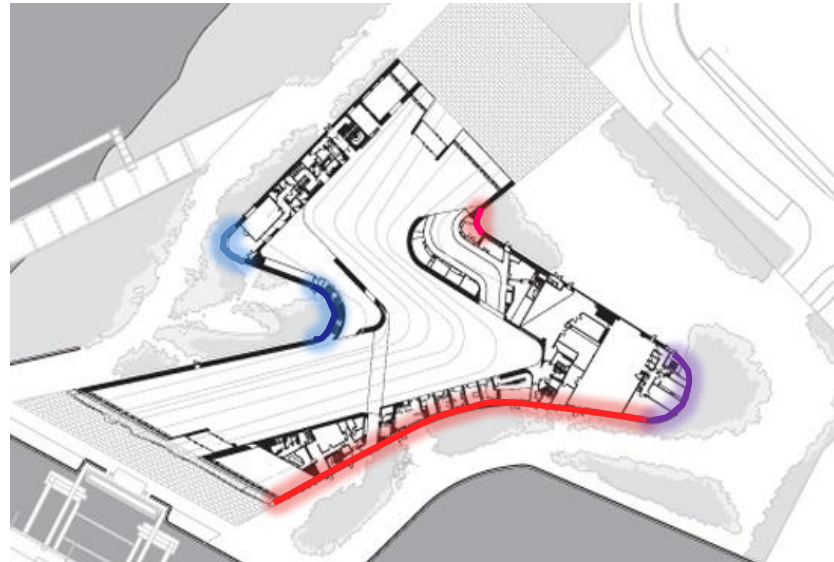


موزه‌ی ریورساید طراحی شده توسط خانم زها حدید
[ModernProjects-Riverside]



طراحی نمای جلوی موزهی ریورساید طراحی شده
توسط خانم زها حدید

[ModernProjects-Riverside]



طراحی نمای بالای موزهی ریورساید
طراحی شده توسط خانم زها حدید

[ModernProjects-Riverside]

پایان نامه ها:

- P. Pérez Lantero. *Geometric Optimization for Classification Problems*. PhD thesis, Universidad de Sevilla, 2010.
- C. Seara. *On Geometric Separability*, Ph.D. thesis, Univ. Politècnica de Catalunya, 2002.

مقالات:

- F. Sheikhi, A. Mohades, M. de Berg, and M. Davoodi. Separating bichromatic point sets by L-shapes. *Computational Geometry: Theory and Applications*, (48):673–678, 2015.
- F. Sheikhi, A. Mohades, and M. Davoodi. An improved algorithm for finding monochromatic L-shapes in bichromatic point sets. In *Proc. of the Contemporary Issues in Computer and Information Sciences*, pages 36–39, Zanzan, Iran, 2011.

- F. Sheikhi, A. Mohades, M. de Berg, and A. Mehrabi. Separability of imprecise points. *Accepted in Computational Geometry: Theory and Applications*, 2016.
- F. Sheikhi and A. Mohades. Maximum box problem revisited. *Submitted to Theoretical Computer Science*, 2016.
- F. Sheikhi and A. Mohades. Maximum separability by L-shapes. *Submitted to International Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2016.
- F. Sheikhi, M. de Berg, A. Mohades, and M. Davoodi Monfared. Finding monochromatic L-shapes in bichromatic point sets. In *Canadian Conference on Computational Geometry (CCCG)*, pages 269–272, 2010.
- Mark de Berg, Ali Mehrabi, and Farnaz Sheikhi. Separability of imprecise points. *Scandinavian Symposium and Workshops on Algorithm Theory (SWAT)*, *Lecture Notes in Computer Science*, 8503:146-157, 2014.

- C. Alegría-Galicia, T. Garduno, A. Rosas-Navarrete, C. Seara, and J. Urrutia. Rectilinear convex hull with minimum area. *XIV Spanish Meeting on Computational Geometry*. Alcalá de Henares (Spain), pp. 27-30, 2011.
- J. Backer and J. M. Keil. *The bichromatic square and rectangle problems*. Technical report, University of Saskatchewan, 2009.
- M. van Kreveld, T. van Lankveld, R. Veltkamp, Identifying well-covered minimal bounding rectangles in 2D point data, *In 25th European Workshop on Computational Geometry*, pp. 277-280, 2009.
- S. Bereg, J.M. Díaz-Báñez, P. Pérez-Lantero, I. Ventura, The maximum box problem for moving points on the Plane, *In 25th European Workshop on Computational Geometry*, pp. 41-44, 2009.
- C. Bautista-Santiago, J.M. Díaz-Báñez, D. Lara, P. Pérez-Lantero, J. Urrutia, I. Ventura, Computing maximal islands, *In 25th European Workshop on Computational Geometry*, pp. 333-336, 2009.
- B. Aronov, S. Har-Peled. On approximating the depth and related problems, *SIAM J. Comput.*, 38(3), pp. 899-921, 2008.

- S. W. Bae, C. Lee, H.-K. Ahn, S. Choi, K.-Y. Chwa, Maintaining extremal points and its applications to deciding optimal orientations, *In Proc. 18th Annual International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2007)*, LNCS 4835, pp. 788-799, 2007.
- E. M. Arkin, F. Hurtado, J. S. B. Mitchell, C. Seara, S. Skiena, Some lower bounds on geometric separability problems, *Int. J. Comput. Geometry Appl.*, 16(1), pp. 1-26, 2006.
- Y. Liu, M. Nediak, Planar Case of the Maximum Box and Related Problems, *In Proc. 15th Canadian Conference on Computational Geometry*, pp. 14-18, 2003.
- F. Hurtado, M. Noy, P. A. Ramos, C. Seara. Separating objects in the plane with wedges and strips, *Discr. Appl. Math.*, 109, pp. 109-138, 2001.
- S. B. Mitchell. *Approximation Algorithms for Geometric Separation Problems*, Technical Report, State University of New York at Stony Brook, 1993.
- S. Fekete, On the Complexity of Min-Link Red-Blue Separation Problem, Manuscript, 1992.

- T. M. Chan. Output-sensitive results on convex hulls, extreme points, and related problems, *Discrete Comput. Geom.*, 16(4), pp. 369–387, 1996.
- Herbert Edelsbrunner and Leonidas J. Guibas. Topologically sweeping a arrangement. *J. Comput. Syst. Sci.*, 38(1), pp. 165–194, 1989.
- M. E. Houle, G. T. Toussaint. Computing the width of a set, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(5), pp. 761-765, 1988.
- H. Edelsbrunner, F. P. Preparata, Minimum polygonal preparation, *Information and Computation*, 77, pp. 218–232, 1988.
- N. A. A. De Pano. Rotating calipers revisited: optimal polygonal enclosures in optimal time, *ACM South Central Regional Conf.*, Lafayette LA, 1987.
- J. O'Rourke, S. R. Kosaraju, N. Megiddo, Computing circular separability, *Discr. Comput. Geom.*, 1(1), pp. 105-113, 1986.

- N. Megiddo. Linear time algorithm for linear programming in \mathbb{R}^3 and related problems, *SIAM J. of Computing*, 12, pp. 759-776, 1983.
- G. Toussaint, Solving geometric problems with the rotating calipers, *In Proc. IEEE MELECON'83*, pp. A10.02/1-4, 1983.
- M. H. Overmars and J. van Leeuwen. Maintenance of configurations in the plane. *Journal of Computer and System Sciences*, 23(2):166 – 204, 1981.
- [Architectural-History] <https://www.studyblue.com/notes/n/architectural-history-100-buildings/deck/899050>.
- [Eplans] <http://www.eplans.com/house-plans/epl/styles/country-house-plans-and-homes-and-country-home-floor-plans/armhouse-plans-farmhouse-floor-plans/hwepl00608.html>.
- [DesignerIdea] <http://www.housedesignerideas.com/architecture-2/modern-meets-breezy-the-immaculate-valna-house-mexico/>.
- [ModernProjects-Riverside] <http://glassolutions.co.uk/en-gb/projects/riverside-museum-transport-glasgow>.

با شکر از توجه شما.